2023/2024 — SteinMaths

Série d'exercices N : 05

Niveau : 2BACSPC-SVT — Lycée : ALMANSOUR DAHBI

Exercice : 1

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1	$f(x) = x^4 + 4x^3 + x^2 + 1$	**2**	$f(x) = 3x^2 + 7x + 3$
3	$f(x) = 3 - \dfrac{4}{x^2}$	**4**	$f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
5	$f(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{x^4}$	**6**	$f(x) = \dfrac{3}{x^6} - \dfrac{1}{7x^3} + \dfrac{1}{19x^2}$
7	$f(x) = 7x^3 - 2x^2 + 3$	**8**	$f(x) = \dfrac{2}{3x^5} + \dfrac{7}{5x^8} - \dfrac{1}{9x^{11}}$
9	$f(x) = -\dfrac{4}{5}x^7 - 3x^6 + \dfrac{8}{13}x^5 + \dfrac{2}{3}x^4 + \dfrac{7}{8}x^3 - \dfrac{1}{4}x^2 + x$	**10**	$f(x) = \dfrac{1}{3x^2} + \dfrac{4}{5x^3} - \dfrac{1}{2x^4} - \dfrac{2}{x^5}$
11	$f(x) = \dfrac{5x^4 + 2x^3 - 4x + 1}{x^3}$	**12**	$f(x) = \dfrac{5x^2 + 2\sqrt{2}x + 1}{4}$

Exercice : 2

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1	$f(x) = 2x\left(x^2 + 3\right)^2$	**2**	$f(x) = x(x^2 + 5)^3$
3	$f(x) = 2(2x + 1)^5$	**4**	$f(x) = (5 - 3x)^4$
5	$f(x) = (x - 1)^2$	**6**	$f(x) = (x + 1)(x^2 + 2x + 3)$
7	$f(x) = (2x + 3)(x^2 + 3x - 2)$	**8**	$f(x) = \left(\dfrac{1}{x} + x\right)^7\left(\dfrac{1}{x^2} - 1\right)$
9	$f(x) = (x^3 + 4x + 5)^6\left(\dfrac{3}{5}x^2 + \dfrac{4}{5}\right)$	**10**	$f(x) = (3x^2 + 8x + 1)\left(5x + \dfrac{20}{3}\right)$

Exercice : 3

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1	$f(x) = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)^3}$	**2**	$f(x) = \dfrac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$	**3**	$f(x) = \dfrac{11}{2(3 - 5x)^4}$
4	$f(x) = \dfrac{x - 1}{(x^2 - 2x - 3)^4}$	**5**	$f(x) = \dfrac{12x + 3}{(4x^2 + 2x - 5)^2}$	**6**	$f(x) = \dfrac{2(x^2 - 1)}{(x^3 - 3x + 4)^9}$

Exercice : 4

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1	$f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$	**2**	$f(x) = \dfrac{3x^2}{\sqrt{x^3 - 1}}$	**3**	$f(x) = \dfrac{6x + 3}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$
4	$f(x) = \dfrac{7x}{\sqrt{4 - x^2}}$	**5**	$f(x) = \dfrac{x + 0,5}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$	**6**	$f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

Exercice : 5

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

Yassine Elamri

1	$f(x) = \sin(x) + 2\cos(x)$	**2**	$f(x) = \cos(3x) + \sin(2x)$
3	$f(x) = 2\sin(3x) + \cos\left(6x + \frac{\pi}{4}\right)$	**4**	$f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(3x + \frac{\pi}{7}\right)$
5	$f(x) = \sin^2(x)$	**6**	$f(x) = 2(\cos(2x) - \sin(2x))$

Exercice : 6

Dans chaque cas, déterminer F la primitive de la fonction f qui prend la valeur y_0 en x_0 .

1. $f(x) = \dfrac{2}{x^2} + x$, $x_0 = 1$ et $y_0 = -1$.
2. $f(x) = \dfrac{x}{(x^2-2)^2}$, $x_0 = 0$ et $y_0 = 1$.
3. $f(x) = \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$, $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$ et $y_0 = 0$.
4. $f(x) = \sqrt[3]{3x+2}$, $x_0 = 2$ et $y_0 = -1$.

Exercice : 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x\sin(x)$.

1. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$: $f"(x) + f(x) = 2\cos(x)$.
2. En déduire la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que : $F(-\pi) = 0$.

Exercice : 8

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \sin^4(x)$.

1. Calculer, pour tout x de $\mathbb{R}$, $g'(x)$ et $g"(x)$.
2. Exprimer $g(x)$ en fonction de $g"(x)$ et $\cos(2x)$
3. En déduire les primitive de g sur $\mathbb{R}$.

Yassine Elamri