الصفحة
1 / 5
*S*M*
γ

امتحان وطني تجريبي للبكالوريا 01
الموضوع - الدورة العادية 2024 -

EA-01 | SSSSSSSSSSSSSSSSS

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

إعداد : ثانوية المنصور الذهبي التأهيلية - أقا -

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة و المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية و مسلك علوم الحياة و الأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	calcul probabilités	3 points
Exercice 3	La géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Problème	Étude des fonctions	8 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- **ln** désigne la fonction logarithme népérien

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite $(U)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \mathbf{ln}(2)U_n + 2 - \mathbf{ln}(4), \end{cases}$

0.5 pt **1-** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n \geq 2$

2- **a)** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = (\mathbf{ln}(2) - 1)(U_n - 2)$, puis en déduire

0.5 pt que la suite (U_n) est décroissante.

0.25 pt **b)** Déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ la suite $(U)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

3- On considère la suite (V_n) définie par : pour tout n de $\mathbb{N}$; $V_n = U_n - 2$

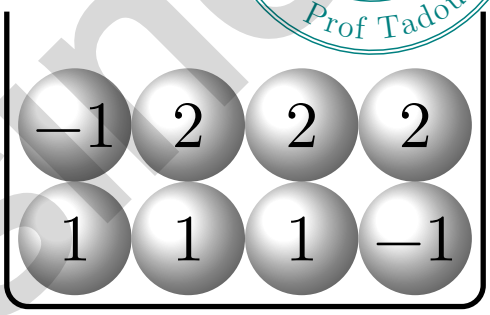
0.5 pt **4-** **a)** Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \mathbf{ln}(2)$

0.5 pt **b)** montrer que : $U_n = 2(1 + (\mathbf{ln}\,2)^n)$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 2 : (3 pts)

Une urne U contient huit boules portants les nombres 1 , 1 , 1 , 1 , -1 , 2 , 2 , 2 Toutes les boules sont indiscernables au toucher



L'urne U

On considère l'expérience suivante qui consiste à tirer au successivement et sans remise trois boules de l'urne U

On considère les événements suivants :

A : " Il reste au moins deux boules portent le numéro 1 dans l'urne "

B : " Obtenir trois boules qui portent des nombres différent deux à deux "

C : " Obtenir trois boules portent des nombres dont la somme égale à 2 ou bien 4 "

0.5 pt **1-** **a)** Montrer que : $P(A) = \dfrac{5}{7}$

0.25 pt **b)** Calculer $P(B)$ déduire la probabilité de l'événement **D : "Obtenir trois boules portent des nombres dont le produit est différent à -2"**

www.steinmaths.com Stein Maths Prof Tadoummant
Yassine Elamri

0.5 pt **2-** **a)** Montrer que : $P(C) = \frac{27}{56}$

1 pt **b)** Calculer $P(A/C)$ et $P(A \cup C)$

0.5 pt **3-** On répète cette expérience sept fois n remettant dans l'urne les boules tirées, après chaque tirage , Calculer la probabilité pour que l'événement A soit réalisé exactement quatre fois.

Exercice 3 : (3 pts)

Dans un espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(6, -1, 0)$; $B\left(\frac{14}{5}, \frac{7}{5}, 1\right)$, $C(4, 1, 1)$, $D(4, 5, 1)$ et $\Omega(1, -1, 1)$

Soient (P) le plan passant par le point A et $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ son vecteur normal, et (S) une sphère d'équation $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$

0.5 pt **1-** **a)** Montrer que $3x + 4y - 14 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P).

0.25 pt **b)** Vérifier que le point B appartient à le plan (P) et à la sphère (S)

0.5 pt **c)** Montrer que le point Ω est le centre de la sphère (S), puis déterminer sa rayon

0.25 pt **d)** Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en B .

2- **a)** Démonter que $(S') : (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2^2$ est une équation cartésienne

0.5 pt de la sphère (S') définie par le diamètre $[CD]$

0.5 pt **b)** Montrer que le plan (P) est tangente à la sphère (S') en B, puis déduire que le point B est seul point d'intersection de (S) et (S')

0.5 pt **3-** Montrer que la droite (CD) est tangente à la sphère (S) en $H(4, -1, 1)$

Exercice 4 : (3 pts)

0.5 pt **1-** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante $(E) : 4z^2 + 4z + 4 = 0$

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $O, \vec{e_1}, \vec{e_2}$, on considère les points A , B , C et D d'affixes respective : $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $b = 1 + i$; $c = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ et $d = \frac{3}{2} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)i$

0.5 pt **2-** **a)** Montrer que le point D' d'affixe $d' = 1 + \sqrt{3}i$ est l'image du point D par translation t de vecteur $\overrightarrow{CB}$

0.5 pt **b)** Écrire a sous forme exponentielle

0.5 pt **c)** Montrer que : $\frac{d'+1}{-a} = -\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

0.5 pt **d)** Montrer que : $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i =$ est l'affixe du point Ω le centre de la rotation R d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en D'

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Yassine Elamri

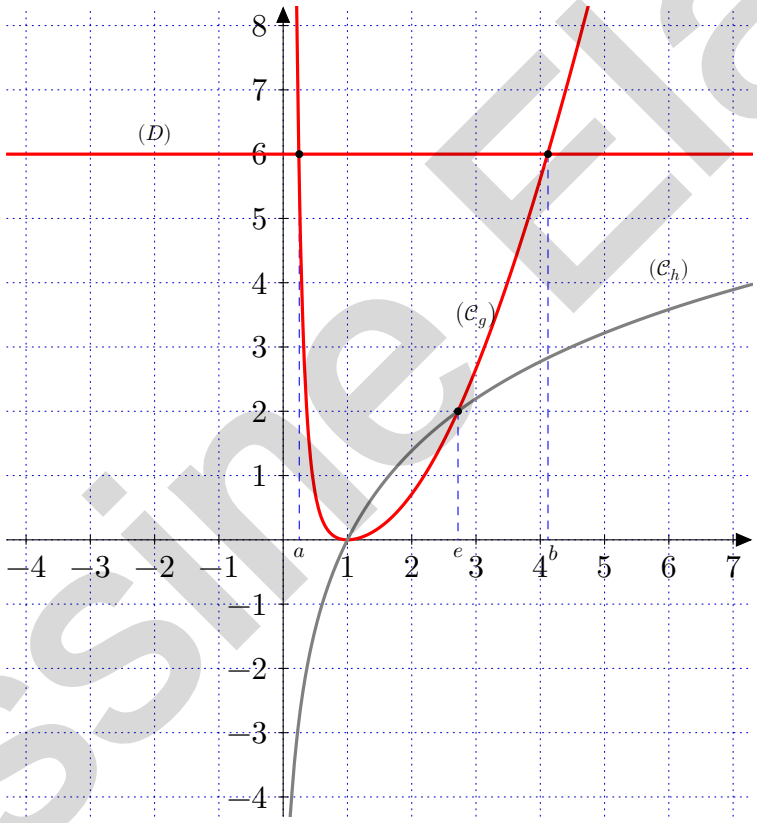
0.25 pt **3-** **a)** Soient M un point d'affixe $m = \omega + \alpha$ où α un nombre complexe
Déterminer une valeur de α pour lequel : $2(c-m) = b-c$

0.25 pt **b)** En déduire une valeur de α pour lequel le point M est l'image du point B par l'homothétie de centre C et de rapport $k = -\dfrac{1}{2}$

Problème : (8 pts)

Partie I :

Dans la figure ci-dessous $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_h)$ sont des courbes respectives des fonctions g et h définies sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = (\ln(x))^2\left((\ln(x))^2+1\right)$ et $h(x) = 2\ln(x)$ dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
Et soient (D) la droite d'équation $y = 6$ et a et b deux réel strictement positifs tels que $(a < b)$



0.5 pt **1-** Résoudre géométriquement dans $]0,+\infty[$ l'équation : $g(x) = 6$, puis déduire le signe de $6-g(x)$ dans $]0,+\infty[$

0.25 pt **2-** Étudier le signe de $g(x) - h(x)$

Partie II :

Soit f une fonction numérique définie sur $]0,1[\cup]1+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^2} - \frac{1}{ln(x)} + \ln(x)$$

$(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ $\left(||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1.5cm\right)$

0.25 pt **1-** **a)** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Yassine Elamri

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, puis déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ — **0.5 pt**

2- Montrer $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$, puis puis donner une interprétation géométrique de ce résultat — **0.5 pt**

3- a) Vérifier que : $(\forall x\in]0,1[\cup]1,+\infty[)\ ;\ f(x)=\dfrac{1}{\ln(x)}\left(\dfrac{1}{\ln(x)}-1+(\ln x)^2\right)$ — **0.25 pt**

b) Calculer : $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$, puis donner une interprétation géométrique de ces résultats obtenus — **0.5 pt**

4- a) Montrer que : $(\forall x\in]0,1[\cup]1,+\infty[)\ ;\ f'(x)=\dfrac{g(x)-h(x)}{x\left(\ln(x)\right)^4}$ — **0.5 pt**

b) En déduire que la fonction f est strictement décroissante sur les intervalles $]1,e]$ et strictement croissante sur les intervalle $]0,1[$ et $]e,+\infty[$ — **0.5 pt**

c) Dresser le tableau de variations de f — **0.25 pt**

5- a) Montrer que : $(\forall x\in]0,1[\cup]1,+\infty[)\ ;\ f''(x)=\dfrac{6-g(x)}{\left(x\left(\ln(x)\right)^2\right)^2}$ — **0.5 pt**

b) En déduire que $\mathcal{C}_f$ admet deux points est un unique points d'inflexion $A(a,f(a))$ et $B(b,f(b))$, puis étudier la convexité de (C_f) — **0.5 pt**

6- Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormée $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. (On donne : $a=\dfrac{1}{4}$, $f(a)=0.86$, $b=4.12$ et $f(b)=2.21$) — **1 pt**

7- a) Montrer que : $(\forall x\in[e,+\infty[)\ ;\ f(x)-1\geq0$ (Remarquer que $f(e)=1$) — **0.25 pt**

b) Utiliser une intégration par partie montrer que : $\displaystyle\int_e^{e^2}\ln(x)\mathrm{d}x=e^2$ — **0.5 pt**

c) Vérifier que la fonction $x\mapsto x\left(1-\dfrac{1}{\ln(x)}\right)$ est une fonction primitive de la fonction $x\mapsto\dfrac{1}{(\ln(x))^2}-\dfrac{1}{\ln(x)}+1$ sur $[e,+\infty[$ — **0.5 pt**

d) Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) d'équation : $y=2$ et les deux droites $x=e$ et $x=e^2$ — **0.75 pt**

Yassine Elamri