الصفحة
1 / 5
*S*M*
γ

امتحان وطني تجريبي للبكالوريا - 03 -
- الدورة العادية 2024 - الموضوع -

EA-01 | SSSSSSSSSSSSSSSSS

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

إعداد : ذ. عبد العالي تضومانت

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة و المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية و مسلك علوم الحياة و الأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques - Calcul intégral	4 points
Exercice 2	calcul probabilités	3 points
Exercice 3	La géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Problème	Étude des fonctions	7 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- **ln** désigne la fonction logarithme népérien

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4 pts)

1- Soit h une fonction définie sur $[0,1]$ par $h(x) = \alpha x \ln(x+1)$ où α un réel strictement positif

$(\mathcal{C}_h)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ $\left(||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1.5cm\right)$

0.5 pt **a)** Montrer que ; $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x+1}\mathbf{d}x = 1 - \ln(2)$

0.5 pt **b)** Déterminer une valeur de α pour lequel : $h(1) = 1 - \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x+1}\mathbf{d}x$, puis déterminer une expression de h

2- On pose $\alpha = 1$

0.25 pt **a)** Montrer que la fonction h est strictement croissante sur $[0,1]$

0.25 pt **b)** Montrer que : $(\forall x \in [0,1])$; $h(x) \leq x$

0.5 pt **c)** En utilisant une intégration par partie montrer que : $\displaystyle\int_0^1 x \ln(x+1)\mathbf{d}x = \frac{1}{4}$

0.75 pt **d)** Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) d'équation : $y = x$ et les deux droites $x = 0$ et $x = 1$

3- On considère la suite $(u)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $\begin{cases} u_0 \in [0,1] \\ u_{n+1} = u_n\left(\ln\left(u_n + 1\right)\right) \end{cases}$

0.5 pt **a)** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \leq u_n \leq 1$

0.25 pt **b)** Montrer la suite (u_n) est décroissante. $\left(\text{Utiliser les résultats de la question 2-b}\right)$

0.5 pt **c)** Déduire que la suite $(u)_n$ est convergente, puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (3 pts)

Une urne contient quatre boules rouges portants les nombres 1 , 1 , 1 , 2 , quatre boules noires portants les nombres 2 , 2 , 2 , 2 et deux boules jaunes portants les nombres 1 , 2
Toutes les boules sont indiscernables au toucher On considère l'expérience suivante qui consiste à tirer au successivement et sans remise deux boules de l'urne U
On considère les événements suivants :

A : " Obtenir deux boules qui portent des nombres différent "
B : " Obtenir deux boules de même couleur "

1 pt **1-** **a)** Montrer que : $P(A) = \frac{8}{15}$ et $P(B) = \frac{13}{45}$

0.75 pt **b)** Calculer $P(A/\overline{B})$

0.25 pt **c)** Les événement A et $\overline{B}$ sont-ils indépendants ?

Yassine Elamri

2- Dans cette question On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne U
On considère les événements suivants :
E : " Obtenir au moins deux boules jaunes "
F : " Obtenir au moins deux boules jaunes portent le nombre 1 "

1 pt Calculer $P(E)$ et $P(F)$

Exercice 3 : (3 pts)

Dans un espace rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(2,-1,1)$; $B(-1,-1,-2)$ et $\Omega(1,-2,2)$
Soient (P) le plan passant par le point A et $\vec{n}=2\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$ son vecteur normal, et (S) une sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+9-m^2=0$, où m un paramétrique réel $(m>0)$

0.5 pt **1-** Montrer que la sphère (S) est de centre Ω et de rayon $R=m$

0.5 pt **2-** Montrer que : $2x+2y-2z=0$ une équation cartésienne du plan (P)

0.5 pt **3-** **a)** Déterminer une valeur de m pour lequel le plan (P) soit tangente à la sphère (S), puis déduire les coordonnées du point de contact H du plan (P) et de la sphère (S)

0.5 pt **b)** Déterminer une valeur de m pour lequel un plan (Q) coupe la sphère (S) selon un cercle de centre B et de rayon $r=2$, puis donner une équation cartésienne du plan (Q)

4- Soit (D) la droite d'un représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-4-6t \\ y=11+12t \\ z=7+6t \end{cases} /t\in\mathbb{R}$

0.5 pt **a)** Vérifier que A appartient à (D) et que le plan (P) contentent la droite (D)

0.5 pt **b)** En déduire que le plan (Q) et la droite (D) sont parallèles

Exercice 4 : (3 pts)

0.75 pt **1-** **a)** Déterminer les nombres complexes z_1 et z_2 les solutions de l'équation suivante : $z^2-4\cos(\alpha)z+4=0$

b) On pose $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$

0.5 pt Montrer que : $\left(\dfrac{z_1+z_2}{2}\right)^{2024}=1$

2- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $O,\vec{e_1},\vec{e_2}$, on considère les deux points A , B d'affixes respective : $a=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ et $b=1-i\sqrt{3}$

Yassine Elamri

0.5 pt **a)** Montrer que $a' = -\left(\sqrt{3}+i\right)$ est l'affixe du point A' l'image du point A par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

0.5 pt **b)** Écrire sous forme trigonométrique le nombre $\frac{b}{a'}$

0.25 pt **c)** En déduire que : $(OA') \perp (OB)$

0.5 pt **d)** Déterminer d l'affixe du point D pour lequel $OA'DB$ soit un carré.

Problème : (7 pts)

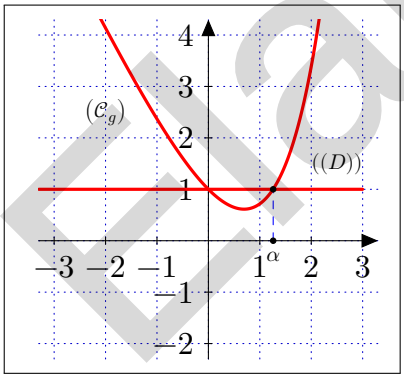
Partie I :

Dans la figure ci-contre $(\mathcal{C}_g)$ est la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - 2x$

Et (D) la droite d'équation : $y = 1$

dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Soit α un réel strictement positif



0.25 pt **1-** Résoudre géométriquement : l'équation : $(E) : g(x) = 1$

0.5 pt **2-** En déduire le signe de $g(x) - 1$ sur $\mathbb{R}$

Partie II :

https://steinmath.com

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} + (1-4x)\,e^x + x^2 + x - 1$

$(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ $\left(||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1.5cm\right)$

0.5 pt **1-** **a)** Montrer que : ; $\lim\limits_{x\to+\infty} = +\infty$

0.5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

0.5 pt **2-** **a)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

0.25 pt **b)** En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$

0.5 pt **3-** **a)** Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : \frac{f(x)-f(0)}{x} = 2 \times \frac{e^{2x}-1}{2x} + (1-4x) \times \frac{e^x-1}{x} + x - 3$

0.75 pt **b)** Calculer : $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

0.75 pt **4-** **a)** Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$; $f'(x) = (2e^x - 1)(g(x) - 1)$

0.75 pt **b)** En déduire que la fonction f est strictement décroissante sur les intervalles $]-\infty, -\ln(2)]$ et $[0,\alpha]$ et strictement croissante sur les intervalles $[-\ln(2), 0]$ et $[\alpha, +\infty[$

0.25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de f

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Yas Elamri

5- En exploitant le tableau de signe de la fonction dérivée second f'' de f sur $\mathbb{R}$

On donne $a < b < 0 < c$

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

0.5 pt Étudier la concavité de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et précisons les abscisses de ses deux points d'inflexion

1 pt **6-** Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(On prend : $\alpha \simeq \frac{5}{4}$; $b \simeq -0.34$; $c \simeq 0.89$; $f(\alpha) \simeq 0.04$; $f(b) \simeq 0.96$ et $c \simeq 0.38$)

Yassine Elamri