Exercice 1 (3 points)

Calculer: $(2\vec{u}-3\vec{v})\cdot(2\vec{u}+3\vec{v})$, $\|4\vec{u}+3\vec{v}\|^2$ et $\|3\vec{u}-2\vec{v}\|$ sachant que: $\vec{u}\cdot\vec{v}=-3$, $\|\vec{u}\|=1$ et $\|\vec{v}\|=5$.

Exercice 2 (6 points)

ABC est un triangle tel que : $AB=1$ et $AC=3$ et $\cos\widehat{BAC}=-\frac{1}{2}$ et soit I le milieu du segment $[AB]$

1. Montrer que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{-3}{2}$ (1pt)
2. En utilisant théorème d'Alkhashi, montrer que : $BC=\sqrt{13}$. (1pt)
3. En utilisant le théorème de la médiane, calculer AI. (1pt)
4. Soit E un point tel que $\overrightarrow{AE}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$
   a. Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}$ (1pt)
   b. Montrer que les droites (AB) et (IE) sont perpendiculaire. (1pt)
5. déterminer l'ensemble des points tel que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=16$ (1pt)

Exercice 3 (11 points)

On considère la fonctions numérique f définie par: : $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f. (1pt)
2. Montrer que: $f(x)=2-\frac{3}{x+2}$ pour tout réel x. (0.5pt).
3. Déterminer la nature de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ en déterminant ses caractéristiques. (1pt)
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f. (1pt)
5. Étudier l'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées . (1pt)
6. Tracer la courbe représentative (C_f) dans le repère $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$. (1.5pt)
7. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq 0$ (1pt)
8. soit g une fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x)=\frac{2|x|+1}{|x|+2}$
   a. Déterminer le domaine de définition D_g de la fonction g. (1pt)
   b. Montrer que g est paire. (1pt)
   c. Construire la courbe (C_g) de la fonction g dans le même repère$(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ (d'une autre couleur). (1pt)
   d. En déduire le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$. (1pt)

Yassine Elamri