2023/2024 Contrôle $N2$ - Semestre I Niveau: TCSF

Exercice 1(4 Pts)

1 Soient les deux nombres réels x et y tels que $-1 \leqslant x \leqslant 3$ et $-3 \leqslant y \leqslant -1$

(a) Encadrer $3y^2$ et $-2x^2$ et $\frac{1}{y}$ (1,5 pt)

(b) Déduire que $-16 \leqslant -2x^2+3y^2+\frac{1}{y} \leqslant \frac{80}{3}$ (0,5 pt)

2 (a) Déterminer l'intersection et la réunion de $I=]-\infty;4]$ et $J=\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ (0,5 pt)

(b) Déterminer le rayon et l'amplitude de l'intervalle $I\cap J$ (0,5 pt)

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\left|\frac{z}{z-1}-1\right| \leqslant \frac{3}{2}$ (1 pt)

Exercice 2(4 Pts)

Soit $a \in]0;+\infty[$

1 Montrer que $1+a+\sqrt{1+2a}>2$ (0,5 pt)

2 Vérifier que $\sqrt{1+2a}-(1+a)=\frac{-a^2}{1+a+\sqrt{1+2a}}$ (0,5 pt)

3 Déduire que $-\frac{a^2}{2}<\sqrt{1+2a}-(1+a)<0$ (1 pt)

4 Déduire un encadrement du nombre $\sqrt{1,4}$ à 0,02 près (1 pt)

5 Soit le réel b tel que $2 \leqslant b \leqslant 3$, Montrer que $2 \leqslant \frac{2+b^3}{1+b^2} \leqslant 3$ (1 pt)

Exercice 3(6 Pts)

1 Completer par $\in$ ou $\notin$: $2\pi \ldots \mathbb{Q}; \frac{1}{6} \ldots \mathbb{D}; (-3)^3 \ldots .. \mathbb{N}; \sqrt{5} \ldots \mathbb{Q};$. (2 pt)

2 Calculer puis simplifier $A=(-3x+2)(-2x-4)-3(x-6)\left(2x^2+5+x\right)$ (1 pt)

3 Factoriser puis simplifier $B=x^3-x+(x+1)\left(x^2+x+1\right)$. (1 pt)

4 Donner l'écriture scientifique de nombre suivant: $C=\frac{10^{-8}\times 0,63\times 10^{12}}{21\times 10^3}$ (2 pt)

Exercice 4(6 Pts)

On Considère les points $A(-1;5)$ et $B(0;4)$ et $C(2;5)$

1 Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et calculer AB (1,5 pt)

2 Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) (1 pt)

3 Est-ce que $C \in (AB)$? Justifier (1 pt)

4 On Considère la droite $(D): \begin{cases} x=2+2t' \\ y=5+3t' \end{cases} /t' \in \mathbb{R}$

(a) Déterminer le vecteur directeur de (D) (1 pt)

(b) Etudier la position relative des deux droites (D) et (AB) (1,5 pt)

Yassine Elamri