2023/2024 | Contrôle $N1$ - Semestre I | Niveau: TCSF

https://steinmath.com | 2h | Elamri

Exercice 1 (7 Points)

Soit n un entier naturel, On pose $x = 2n+9$ et $y = 9n^2+19n+12$.

1 (a) Étudier la parité de x — 0.5pt

(b) Vérifier que : $y = (3n+3)(3n+4)$ — 0.5pt

(c) Déduire la parité de y — 0.5pt

(d) Montrer que 16 divise $(x-1)^2y^2$ — 1pt

2 (a) Montrer que 151 est un nombre premier — 1pt

(b) Déduire les diviseurs de 151 — 0.5pt

(c) Trouver les entiers naturels n pour que : $\dfrac{151}{n-4} \in \mathbb{N}$ — 1pt

3 Soit p un nombre premier, tel que $p > 2$.

(a) Montrer que p est impair — 0.5pt

(b) Montrer que p^2-1 est un multiple de 8 — 1.5pt

Exercice 2 (5 Points)

On considère les nombres $a = 15120$ et $b = 3960$.

1 Vérifier que les décomposition en produit de facteurs premiers des nombres a et b sont: — 1pt

$$a = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{ et } b = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

2 Déterminer le $PPCM(a;b)$ et le $PGDC(a;b)$ — 1pt

3 déterminer le nombre de diviseurs de a et b — 1pt

4 Déduire une simplification de: $A = \dfrac{a}{b}$ et et $B = \sqrt{a}$ — 1pt

5 Déduire la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre b^{2023} — 1pt

Exercice 3 (5 Points)

Soit $ABCD$ un parallélogramme, et soient I et J deux deux points tels que :
$\overrightarrow{DI} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DJ} = 3\overrightarrow{DA}$.

1 Construire une figure convenable — 0.5pt

2 Montrer que $\overrightarrow{BI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$ — 1.5pt

3 Déduire que $\overrightarrow{BI} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ — 1.5pt

Yassine Elamri

4 Vérifier que $-2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BJ}$ 1pt

5 Que peut-on déduire? 0.5pt

Exercice 4 (2 Points)

Soit ABC un triangle, I et J deux points du plan tels que, $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
J est le projeté du point I sur (BC) parallèlement à (AC), et Q est le projeté du point J sur AC parallèlement à (AB)

1 Faire une figure soignée 0.5pt

2 Montrer que $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ 0.75pt

3 Montrer que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{QC}$ 0.75pt

Exercice 5 (1 Points)

Bonus

Soit n un entier naturel
On pose: $A = 4n^2 + 12n + 9$

1 Montrer que $n^2 + 3n + 2 = (n+1)(n+2)$ 0.5pt

2 Montrer que $A - 1$ est un multiple de 8 0.5pt

Yassine Elamri