Exercice 1

Soit $ABCD$ un parallélogramme du plan et E un point tel que $2\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$ et soit F le projeté du point E sur la droite (AC) parallèlement à la droite (DC) .
On considère l'homothétie h du centre A tel que $h(D) = E$.

1. Faire la figure (1 pt)
2. Montrer que le rapport du homothétie h est $\frac{3}{2}$ (1 pt)
3. Déterminer l'image du point C par l'homothétie h (1 pt)
4. Calculer la distance EF en fonction de la distance DC (1 pt)
5. Soit le point J l'image du point A par la translation du vecteur $\overrightarrow{EF}$
   - (a) Montrer que $h(B) = J$ (1 pt)
   - (b) En déduire que $(BD)\|(JE)$ (1 pt)

Exercice 2

Soit ABC un triangle du plan tel que $AB = 2\sqrt{3}$ et $CA = CB = 5$

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$,en déduire $\cos(\widehat{BAC})$ (1.5 pt)
2. Soient M et D deux points du plan tels que $7\overrightarrow{DB} - 3\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{0}$ et $-4\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$
   - (a) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ (0.75 pt)
   - (b) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction $\overrightarrow{AC}$ (0.75 pt)
   - (c) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}$ (1 pt)

Exercice 3

Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle et M un points tel que $M \in [EA)$ et $M \notin [EA]$

1. Montrer que (MB) et (EF) sont deux droites coplanaires en déduire qu'elles sont sécantes (1 pt)
2. Montrer que (MC) et (EG) sont deux droites coplanaires en déduire qu'elles sont sécantes (1 pt)
3. Montrer que les deux droites (AB) et (EH) ne sont pas coplanaires (1 pt)
4. Montrer que les deux droites (EG) et (DC) ne sont pas coplanaires (1 pt)
5. Montrer que les deux droites (MB) et (DC) ne sont pas coplanaires (1 pt)
6. Soit N un point du plan (ABC)
   - (a) Montrer que la droite (MN) coupe le plan (EFG) en un point K (1.5 pt)
   - (b) Montrer que la droite (MN) coupe le plan (CBF) en un point J (1.5 pt)

Yassine Elamri

7 Soit O le milieu du segment $[BH]$, montrer que les points O , A et G sont alignés (2 pts)

Yassine Elamri