Exercice 1

On considère les nombres $a = 4860$ et $b = 2160$.

1. Décomposer a et b en produit des facteurs premiers
2. Déduire $PGCD(a,b)$ et $PPCM(a,b)$
3. Simplifier $\frac{a}{b}$, puis montrer que $\sqrt{ab}$ est un entier naturel
4. Déterminer le plus petit naturel m pour que mb soit un cube d'un entier naturel
5. le nombre 437 est il premier ? Justifier votre réponse
6. Soit a et b deux entiers naturels .
   (a) Montrer que $(a+3)(b+2) = ab+3b+2a+6$
   (b) Déterminer les entiers naturels x et y , tels que : $xy+3x+2y = 9$
   (c) Déterminer les entiers naturels x et y , tels que : $xy-x-y = 2$

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}$

1. Étudier la parité des nombres suivants : n^3-n+3 et $3n(n+1)^2$
2. Montrer que si n impair , alors n^2-1 est un multiple de 4
3. Montrer que $(n^2-1)+16$ est divisible par 4
4. Vérifier que $\frac{n+17}{n+5} = 1+\frac{12}{n+5}$; puis déduire les valeurs possible de n pour que $\frac{n+17}{n+5} \in \mathbb{N}$
5. Montrer que $(n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$ est un carré parfait
6. Déterminer les valeurs de n pour lequel $n+4$ divise $n+16$ (Autrement : $\frac{n+16}{n+4} \in \mathbb{N}$)
7. Soit $a = 5\times 19^{2n+1} - 23\times 19^{2n}$ et $b = 2\times 19^{n+1} + 10\times 19^{n}$
   (a) Montrer que a est un multiple de 72 et que b un multiple de 48
   (b) Décomposer a et b en produit des facteurs premiers
8. On pose que : $E = (n+1)^2 - n^2$
   (a) Vérifier que E est un nombre impair puis déduire que la différence des carrées de deux entier Consécutifs est un nombre impair
   (b) Ecrire les nombres 37 et 57 sous forme d'une différence des carrées de entier naturel consécutifs

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice 3

ABC un triangle et soient E , F et P trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CP} = -2\overrightarrow{BC}$

1. Construire une figure convenable
2. Montrer que $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
3. Montrer que $\overrightarrow{EF} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AE} + +3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{PF} = -2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$
4. (a) Montrer que $\overrightarrow{PF}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires
   (b) Montrer que les points E , F et P sont alignés
5. Soit I le milieu de $[AB]$
   (a) Montrer que $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{IC}$
   (b) Que peut-on déduire ?

Yassine Elamri