2023/2024 — SteinMaths

Contrôle N : 01

Niveau : 2BACSX — Lycée : Elmansour Dahbi

Exercice : 1

1. Calculer les limites suivantes : ..... (3pt)

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt[3]{25+x}-3}$$

2. Soit f une fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2-x}}{x}, & x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Étudier la contiuité de f au point $x_0=0$ ..... (1.5pt)

3. Simplifier les nombres suivants : $A=\dfrac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{16}}\times\sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt[4]{2^3}\times\sqrt[12]{2}}$; $B=\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{81}\times\sqrt[3]{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{729}}}}$ ..... (2pt)

Exercice : 2

Montrer que : $\exists! c\in\left[-\frac{1}{2},0\right]\ /\ \sqrt{c+1}=\dfrac{-2c}{c+1}$ (utiliser T.V.I) ..... (1.75pt)

Exercice : 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=x-2\sqrt{x}+1$

1. Vérifier que $(\forall x\in\mathbb{R}^+)\ f(x)=\left(\sqrt{x}-1\right)^2$ ..... (0.5pt)
2. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ..... (0.5pt)
3. Étudier la continuité de f sur $\mathbb{R}^+$ ..... (0.5pt)
4. Étudier la dérivabilité de f à droite de 0 , puis interpréter le résultat obtenu ..... (1.5pt)
   a. Montrer que : $(\forall x\in]0,+\infty[)\ f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ ..... (1.5pt)
   b. Étudier les variations de f sur D_f, puis donner le tableau de variations de f ..... (1pt)
   c. Déterminer une équation cartésienne de la droite tangente de la courbe représentative de f au point d'abscisse 4 ..... (1pt)
5. Soit g la restriction de fonction g sur l'intervalle $[1,+\infty[$
   a. Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. ..... (1.5pt)
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction g^{-1}
   c. Montrer que la fonction g^{-1}est dérivable en 1, puis déterminer $\left(g^{-1}\right)'(1)$ ..... (1pt)
   d. Calculer $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt[3]{x}+g^{-1}(x)-\sqrt[3]{4}-1}{x-4}$ ..... (0.75pt)
   e. Calculer $g^{-1}(x)$ $(\forall x\in J)$ ..... (1.5pt)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today