MATHEMATIQUES

⋆⋆⋆ CONTRÔLE N 3 ⋆⋆⋆

- L'homme propose et DIEU dispose -

Ex 1

1. Soit g la fonction définie par : $g(x) = ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x}$
   (a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g ..... (0.5pt)
   (b) Calculer les limites de g aux borne de D_g ..... (2pt)
   (c) Étudier les variations de la fonction g ..... (1pt)
   (d) En déduire que $(\forall x \in]0, +\infty[)\ ln(x+1) \leq ln(x) + \frac{1}{x}$ ..... (0.5pt)
2. Calculer les limites suivantes : ..... (1pt)
   $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln(1+x^2)}{x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(x^2-5x+1)}{x^2-x}$
3. Trouver les fonctions primitives de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ ..... (0.5pt)

Ex 2

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 + 3x - 10 = 0$ ..... (0.5pt)
   (b) Résoudre dans $]1, +\infty[$: $(E) : ln(x^2+3x-4) = ln(6)$ ..... (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $(I) : ln(2x-2) \geq 2ln(2)$ ..... (1pt)
3. Simplifier les nombres suivants :
   $A = log_2(8) + log_2(16) - log_2\left(\frac{1}{2^{-2}}\right)$ $B = ln(\sqrt{75}) + ln(\sqrt{35}) - ln(\sqrt{15}) - ln(\sqrt{27})$. (2pt)

Ex 3

On considère dans un plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ les points $A_{(1+i)}$; $B_{(2-2i\sqrt{3})}$; $C_{(i)}$ et $D_{(d)}$

1. Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés ..... (1pt)
2. Déterminer la valeur de d pour que $ABCD$ soit un parallélogramme ..... (1pt)
3. (a) Montrer que : $\frac{z_A}{z_C} = \bar{z_A}$ ..... (1.5pt)
   (b) En déduire que $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^{2024} = 2^{1012}$ ..... (1.5pt)
4. (a) Écrire sous forme trigonométrique les nombres suivantes : z_A et z_B ..... (1pt)
   (b) En déduire une écriture trigonométrique des nombres $\frac{z_A}{z_B}$ et $(z_A z_B)^{12}$ ..... (1.5pt)
   (c) Écrire sous forme algébrique le nombre $\frac{z_A}{z_B}$ ..... (1pt)
   (d) En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ ..... (1.5pt)

Yassine Elamri