D.S corrigée

N° : 01

Yassine Elamri

Correction

Exercice : 1

1

- La proposition P_1 : "L'équation $x^2+3x-10=0$ admet une seule solution" est fausse, en effet 2 et -5 deux solutions.
- La proposition P_2 : "$(\forall n\in\mathbb{N}), n^2$ paire $\Longrightarrow n$ paire" est vraie, il suffit d'utiliser le raisonnement par contraposé et montrer que $(\forall n\in\mathbb{N}), n$ impaire $\Longrightarrow n^2$ impaire

2

$\overline{P_1}$: $(\exists x\in\mathbb{R}^+)(\forall n\in\mathbb{N}) : x^n<1$ ou $x\geq 1$

$\overline{P_2}$: $(\exists (a;b)\in\mathbb{R}^2) : ab\neq 0$ ou $a=0$ ou $b=0$

3

P_1 : $(\exists! x\in\mathbb{R}) : 9x^2-12x+4=0$

P_2 : $(\forall x,y\in D_f), x<y\Longrightarrow f(x)>f(y)$

4 Soit p un entier naturel. et soit n dans $\mathbb{N}$ tel que $p\leq n$.
On a

$$\begin{aligned} p+p(+1)+(p+2)+\ldots+n &= (1+2+3+\ldots+n)-(1+2+3+\ldots p)+p \\ &= \frac{n(n+1)}{2}-\frac{p(p+1)}{2}+p \\ &= p+\frac{(n-p)(n+p+1)}{2} \end{aligned}$$

Une deuxième méthode ci d'utiliser le raisonnement par récurrence.

5 Par l'absurde montrons que $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$.
Supposons que $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$, donc il existe $(a;b)$ dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{N}^*$: $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ et $a\wedge b=1$.

$$\begin{aligned} \sqrt{2}=\frac{a}{b} &\Longrightarrow 2=\frac{a^2}{b^2} \\ &\Longrightarrow a^2=2b^2 \qquad (1) \\ &\Longrightarrow a^2 \text{ est paire} \\ &\Longrightarrow a \text{ est paire} \\ &\Longrightarrow (\exists k\in\mathbb{N}) : a=2K \qquad (2) \end{aligned}$$

De (1) et (2) en obtient que $b^2=2K^2$, et de même en trouve que b est aussi paire. Par suite $a\wedge b\geq 2$. Ce qui contredit à $a\wedge b=1$.
D'où $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$.

Exercice : 2

1

$$\begin{aligned} D_f &= \{x\in\mathbb{R}; x+1\geq 0\} \\ &= \{x\in\mathbb{R}; x\geq -1\} \\ &= [-1;+\infty[\end{aligned}$$

Yassine Elamri

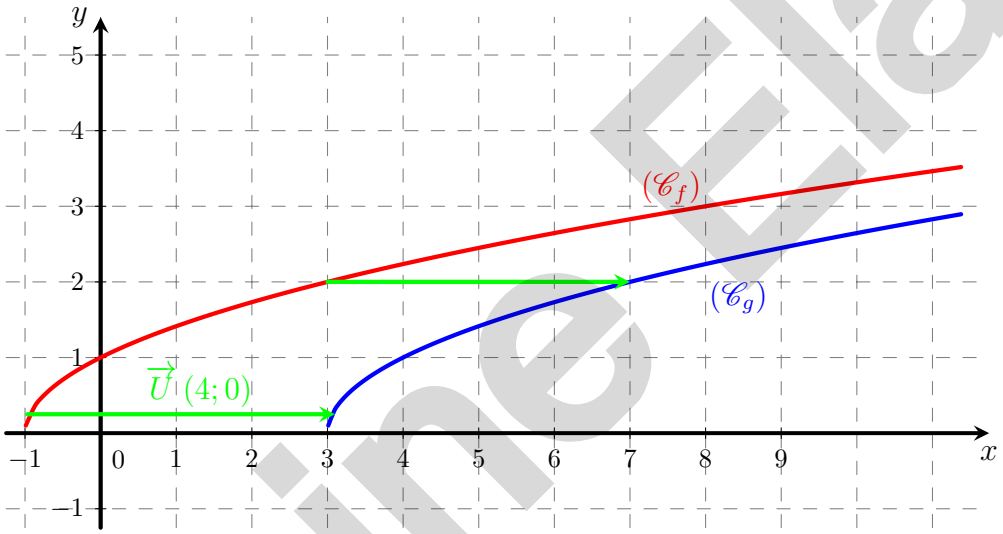
2 On a pour tout x dans D_f on a $\sqrt{x+1} \geq 0$.
D'où 0 est une valeur minimale de f sur $[-1;+\infty[$.

3 La fonction $V : x \longmapsto \sqrt{x}$ est croissante su $\mathbb{R}^+$ et $U : x \longmapsto x+1$ est croissante sur $[-1;+\infty[$.
Comme $U([-1;+\infty[) = [0;+\infty[$ alors $f = V \circ U$ est croissante sur $[-1;\infty[$.

4 .

x	-1	$+\infty$
$f(x)$	0	$+\infty$

5 a .



b voir la figure ci-dessus. Pour avoir la courbe $(\mathscr{C}_g)$ de g en translate la courbe $(\mathscr{C}_f)$ avec le vecteur $\overrightarrow{U}(4;0)$.

c .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$U(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f \circ U(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Yassine Elamri

d On a $D_V = \mathbb{R}$ et $V(\mathbb{R}) = [-1; +\infty[= D_f$
D'où $D = D_{f \circ V} = \mathbb{R}$.
Soit $x \in D$

$$\begin{aligned} f \circ V(x) &= f(V(x)) \\ &= f\left(x^2 - 2x\right) \\ &= \sqrt{x^2 - 2x + 1} \\ &= \sqrt{(x-1)^2} \\ &= |x - 1| \end{aligned}$$

Exercice : 3

1 Graphiquement on a $D_g = [-4; +\infty[$

2 .

équation ou inéquation	Solutions
$g(x) \leq f(x)$	$[-4; -3, 2] \bigcup [-1; 1, 3]$
$f(x) = g(x)$	$\{-3, 2; -1; 1, 3\}$
$g(x) \leq 4$	$[-4; -3, 2] \bigcup [-2; 1, 3]$

3 La valeur maximale de g sur $\left[-4; \frac{3}{2}\right]$ est $g(-2, 62) = 5, 5$ et $g(0) = -4$ la valeur minimale.

4 .

x	-4		-2.62		0		$+\infty$
$g(x)$	-4	↗	5.5	↘	-4	↗	$+\infty$

5 D'après la figure on a : $g([-2; 0]) = [-4; 4]$ et $f([0; 1]) = [0; 3]$.

Yassine Elamri