ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Rattrapage juillet 2008

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Problème d'analyse** ..... **2.5 points**
- Exercice 2 : **Suites numériques** ..... **4 points**
- Exercice 3 : **Étude dune fonction numérique et calcul d'intégral** .... **9.5 points**
- Exercice 4 : **Calcul des probabilités** ..... **4 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (2 pts)

Soit f un fonction numérique définie et dérivable sur l'ensemble $\mathcal{D} =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f.

x	$-\infty$		-3		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖		$-$		0	$-$			
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$ ‖	↘		↘		↗		↗	$+\infty$
			2				0		-2		0		

D'après ce tableau :

0.5 pt **1 -** Déterminer, dans l'ensemble $\mathcal{D}$, les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

1 pt **2 -** Déterminer, dans l'ensemble $\mathcal{D}$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.

1 pt **3 -** Déterminer l'image de l'intervalle $]0, 2]$ par f.

Exercice 2 : (4 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 4}{u_n + 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

On pose $v_n = \dfrac{u_n - 4}{u_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1 pt **1 - a)** Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{6}$ et de premier terme $v_0 = -4$.

0.5 pt **b)** Calculer v_n en fonction de n.

1 pt **2 - a)** Montrer que $u_n = \dfrac{4 + v_n}{1 - v_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **b)** Montrer que $u_n = \dfrac{4\left(1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n\right)}{1 + 4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice 3 : (9.5 pts)

On considère la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = x^2 - 2xe^x + 2e^x$.
Et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 pt **1 - a)** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

1 pt **b)** Vérifier que $f(x) = x^2 \left(1 + 2(1 - x)\dfrac{e^x}{x^2}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.

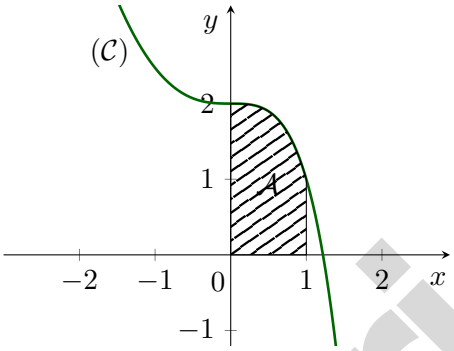
2.5 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat. .

1 pt **2 - a)** Montrer que $f'(x) = -2x(e^x - 1)$ pour tout x de I.

1.5 pt **b)** Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

Yassine Elamri

3 - La courbe ci-contre est la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f.



1.5 pt **a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_0^1 xe^x\,dx = 1$.

1 pt **b)** Calculer $\mathcal{A}$ de la partie hachurée.

Exercice 4 : (3.5 pts)

Un sac contient 10 boules indiscernables au toucher : trois boules portant le numéro 1, trois boules portant le numéro 2, trois boules portant le numéro 3 et une seule boule portant le numéro 4.
On tire simultanément 3 boules du sac.

1 - Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules tirées portant le numéro 1.

1 pt **a)** Déterminer les valeurs prises par X.

2 pt **b)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

1 pt **2 -** Calculer la probabilité de l'événement : "tirer une seule boule porte le numéro 1 et deux boules portent chacune un numéro pair"

FIN

Yassine Elamri