ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Rattrapage juillet 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Calcul d'intégral** ..... **2.5 points**
- Exercice 2 : **les suites numériques** ..... **4 points**
- Exercice 3 : **Étude d'une fonction numérique** ..... **9.5 points**
- Exercice 4 : **Calcul des probabilités** ..... **4 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (2.5 pts)

0.25 pt **1 - a)** Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \dfrac{(x+1)^2}{x^2+1} = 1 + \dfrac{2x}{x^2+1}$.

0.75 pt **b)** Déduire la valeur de l'integrale : $\displaystyle\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1}dx$.

0.75 pt **2 - a)** En utilisant une intégration par partie, calculer : $\displaystyle\int_0^1 xe^x dx$.

0.75 pt **b)** Déduire la valeur de l'integrale : $\displaystyle\int_0^1 (x - e^{-2x})e^x dx$.

Exercice 2 : (4 pts)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{5}{6}U_n + \dfrac{1}{6} \end{cases}$

0.75 pt **1 -** Montrer par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n > 1$.

1 pt **2 -** Montrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante puis déduire qu'elle est convergente.

3 - On pose $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = U_n - 1$.

1 pt **a)** Montrer que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique puis déterminer sa raison et son première terme.

0.5 pt **b)** En déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = (\dfrac{5}{6})^n$.

0.25 pt **4 - a)** Calculer U_n en fonction de n.

0.5 pt **b)** Calculer la limite de $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice 3 : (9.5 pts)

Partie I

Soit la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x + 1 - e^x$.

1,25 pt **1 -** Calculer $h'(x)$ et étudier son signe puis dresser le tableau de variations de h.(Le calcul des limites n'est pas demandé).

0,5 pt **2 -** En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}$; $h(x) \leqslant 0$.

Partie II

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1,25 pt **1 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

1,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

1 pt **2 -** Montrer que $f'(x) = 2h(x)$ puis dresser le tableau de variations de f.

1,5 pt **3 - a)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$ et que $\alpha \in]-2, 2; -2[$.

0.5 pt **b)** Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion I d'abscisse 0.

Yassine Elamri

0.75 pt **c)** Calculer $f'(0)$ puis déterminer l'équation de la tangente (T) de (C_f) en I.

1.25 pt **d)** Tracer la courbe (C_f) et la tangente T dansle repère $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

Exercice 4 : (4 pts)

On considère un Dé de forme cubique non truqué dont les faces portent les chiffres : $1; 1; 1; 2; 2$ et 3 successivement.

On lance le Dé deux fois successives et on marque dans chaque fois le chiffre porté par la face de haut. On considère les événements suivants :

A:« Avoir deux fois le chiffre 3 »

B:«Avoir deux chiffre dont le produit est inférieur ou égale à 6»

0,5 pt **1 - a)** Montrer que : $P(A) = \dfrac{1}{36}$.

1 pt **b)** Montrer que B est l'événement contraire de A, puis déduire $P(B)$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui est égale le nombre de fois où apparait le chiffre 3.

0,25 pt **a)** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.

1,5 pt **b)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

0,75 pt **c)** Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

FIN

Yassine Elamri