ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Normal juin 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

- Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **5 points**
- Exercice 2 : **Étude de fonctions** ..... **11 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** ..... **4 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (5 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$; $n \in \mathbb{N}$

0,5 pt **1 -** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > 1$

1 pt **2 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n - 1)^2}{u_n}$ et en déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

0,25 pt **b)** En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

3 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n - 1}$

1 pt **a)** Calculer v_0, puis montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = -1$

0,75 pt **b)** En déduire que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique, puis donner v_n en fonction de n.

1 pt **c)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{v_n - 2}{v_n - 1}$ et en déduire que $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

0,5 pt **d)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (11 pts)

partie A :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = -1 + x + 2x\ln x$$

1 pt **1 -** Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

0,75 pt **2 - a)** Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[$; $g'(x) = 3 + 2\ln x$

1,5 pt **b)** Etudier le signe de $g'(x)$, puis dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0;+\infty[$

1,25 pt **c)** Calculer $g(1)$ et en déduire de la question 2-b) que :
$\forall x \in]0;1]$; $g(x) \leq 0$ et que $\forall x \in [1;+\infty[$; $g(x) \geq 0$

partie B :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 - x + x^2\ln x$$

0,5 pt **1 - a)** Calculer la limite : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}} f(x)$

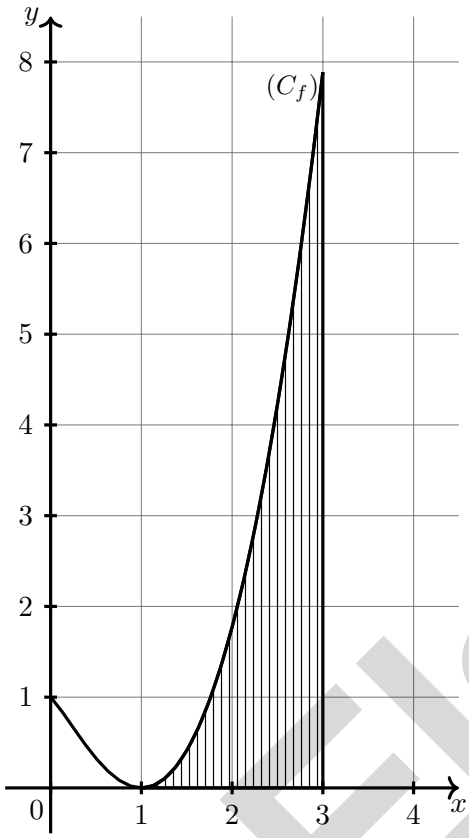
2 pt **b)** Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

1 pt **2 - a)** Vérifier que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$

1 pt **b)** En utilisant le résultat de la question 2-c) de la première partie dresser le tableau de variations de f.

3 - Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

Today betterhttps://steinmath.comomorrow better than today
Yassine Elamri



1 pt **a)** En utilisant l'intégration par parties montrer que : $\int_1^3 x^2 \ln(x) \mathrm{d}x = 9\ln 3 - \frac{26}{9}$

1 pt **b)** En déduire l'aire de la partie hachurée de la figure ci-dessus.

Exercice 3 : (4 pts)

Un bureau détudes est constitué de 20 ingénieurs en informatique et en génie civil et ils sont distribués selon le tableau ci-dessous :

Spécialité	homme	femme
Informatique	5	3
Génie civil	8	4

On a choisi par hasard et simultanément trois personnes de ce bureau pour participer à une formation professionnelle.

0,5 pt **1 - a)** Soit l'événement A ńtous les personnes choisis sont des femmesż. Montrer que : $p(A) = \frac{7}{228}$

1 pt **b)** Sachant que toutes les personnes choisies sont des femmes calculer la probabilité quelles soient de même spécialité.

2 - Soit X la variable aléatoire qui égale au nombre de spécialités des personnes choisies.

1,5 pt **a)** Montrer que $p(X = 1) = \frac{69}{285}$ et déduire la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

1 pt **b)** calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

FIN

Yassine Elamri