ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Rattrapage juillet 2011

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Calcul intégral** ..... **2 points**
- Exercice 2 : **Suites numériques** ..... **5 points**
- Exercice 3 : **Étude dune fonction numérique** ..... **9.5 points**
- Exercice 4 : **Calcul des probabilités** ..... **3.5 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (2 pts)

Soit h la fonction numérique définie sur $I =]1;+\infty[$ par $h(x) = \dfrac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}$.

0.75 pt **1 -** Vérifier que $h(x) = \dfrac{2}{x-1} - \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$ pour tout x de I.

1.25 pt **2 -** En déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_2^3 h(x)\ dx$.

Exercice 2 : (5 pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n+4}{u_n+6}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2.

1 pt **2 - a)** Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **b)** Montrer que la suite $(u_n)_{n\mathbb{N}}$ est décroissante, et en déduire qu'elle est convergente.

3 - On pose $v_n = \dfrac{u_n+4}{u_n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **a)** Calculer $v_n - 1$ en fonction de u_n puis en déduire que $v_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **b)** Montrer que $u_n = \dfrac{v_n+4}{v_n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

c) Montrer que la suite $(v_n)_{n\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $\dfrac{7}{2}$ puis calculer v_n en fonction de

1 pt n.

0.5 pt **d)** Déduire u_n en fonction de n.

0.25 pt **e)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 3 : (9.5 pts)

partie A : On considère la fonction numérique g définie sur $]-\infty;0]$ par $g(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1} - \ln(1+e^x)$

Et soit (C) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0.5 pt **1 -** Montrer que $g'(x) = \dfrac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$ pour tout x de I.

1 pt **2 - a)** Calculer $g(0)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

0.5 pt **b)** Dresser le tableau de variations de g.

0.5 pt **3 -** En déduire que $g(x) < 0$ pour tout x de I.

1.5 pt **4 - a)** Calculer $g''(x)$ pour tout x de I et en déduire la concavité de (C).

1.5 pt **b)** Calculer $g'(0)$ puis construire (C). (on prend $\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 4cm$ et $g(0) \approx -0.2$)

partie B : Soit f la fonction numérique définie sur I par : $f(x) = \dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$

1 pt **1 -** On posant $t = \mathrm{e}^x$ montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$

1.5 pt **2 - a)** Calculer $f'(x)$ pour tout x de I et en déduire que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^x}$ pour tout x de I.

1.5 pt **b)** Calculer $f(0)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f puis en déduire que $\ln(2) \le f(x) \le 1$ pour tout x de I.

Yassine Elamri

Today better tha https://steinmath.com row better than today

Exercice 4 : (3.5 pts)

Un sac U_1 contient deux boules rouges et trois boules blanches.

Un autre sac U_2 contient deux boules blanches et trois boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire au hasard, une boule du sac U_1 et une boule du sac U_2.

On considère les deux événements suivants :

A : "Les deux boules tirées sont de même couleur"

B : "La boule tirée de U_1 est rouge"

2 pt **1 -** Calculer $p(B)$ et montrer que $p(A) = \frac{12}{25}$.

1.5 pt **2 -** Sachant que la boule tiré de U_1 est rouge, qu'elle est la probabilité que les deux boules tirées soient de même couleur ?

FIN

Yassine Elamri