ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économique

Session : Normal juin 2012

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Sciences Économique**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Les intégrales** ..... **2 points**
- Exercice 2 : **Les suites numériques** ..... **4.5 points**
- Exercice 3 : **Problème danalyse** ..... **9,5 points**
- Exercice 4 : **Les probabilités** ..... **4 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (2 pts)

0.5 pt **1 -** Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}-\{-2\}$: $x^2-2x+7-\dfrac{10}{x+2}=\dfrac{x^3+3x+4}{x+2}$

1.5 pt **2 -** En Déduire le calcul de l'intégrale : $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3+3x+4}{x+2}\mathrm{d}x$

Exercice 2 : (4.5 pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : $u_0=0$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{4}u_n+\dfrac{3}{4}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2

1 pt **2 - a)** Montrer, par récurrence, que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0\leq u_n$ et $u_n<1$

0.5 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{3}{4}(1-u_n)$

0.5 pt **c)** En déduire que $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente

3 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-1$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{1}{4}$ et calculer son premier terme

1 pt v_0

0.5 pt **b)** Calculer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tot n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 3 : (9,5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :
$f(x)=-1+\dfrac{1}{x}-2\ln x$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j})$

1 pt **1 - a)** Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$

0.25 pt **b)** Donner une interprétation géométrique au résultat obtenu

2 pt **2 - a)** Calculer la limite : $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ x>+\infty}} f(x)$ puis la limite $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ x>+\infty}} \dfrac{f(x)}{x}$

0.25 pt **b)** Donner une interprétation géométrique au résultat obtenu

1 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x}\right)$

0.75 pt **b)** Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$ et dresser le tableau des variations de le fonction f

1.5 pt **4 - a)** Montrer que : $f''(x)=2\left(\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^2}\right)$ pour tout x $\mathbb{R}$ et déduire la concavité de (C)

b) Compléter le tableau :

0.75 pt

x	0.5	1	e
$f(x)$			

0.5 pt **c)** Montrer que $y=-3x+3$ est léquation de la tangente à (C) au point $A(1,0)$

1.5 pt **5 -** Tracer : (C)

Yassine Elamri

Today better than yesterda https://steinmath.com than today

Exercice 4 : (4 pts)

Une urne contient *sept* boules indiscernables au toucher, *quatre* boules rouges, *trois* boules vertes

On tire au hasard et simultanément *trois* boules de lurne

Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de couleur des boules tirées

0.5 pt **1 -** vérifier que les valeurs prises par X sont 1 , 2 et 3

1 pt **2 -** Montrer que $p(X=1)=\frac{5}{56}$.

2 pt **3 -** Calculer : $p(X=3)$ puis $p(X=2)$

0.5 pt **4 -** Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

FIN

Yassine Elamri