ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Economiques

Session : de Rattrappage juin 2014

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Economiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Les Suites Numériques** ..... **4.5 points**
— Exercice 2 : **Étude dune Fonction Numérique** ..... **11 points**
— Exercice 3 : **Calcul des Probabilités** ..... **4.5 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4.5 points)

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 3} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

0,5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2 .

0,25 pt **2 - a)** Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_{n+1} - 2 = \dfrac{u_n - 2}{3 - u_n}$.

0,5 pt **b)** Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n < 2$.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 2)^2}{3 - u_n}$.

0,5 pt **b)** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente.

4 - On pose : $v_n = \dfrac{1}{2 - u_n}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

0,75 pt **a)** Calculer $v_{n+1} - v_n$ puis déduire que $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite arithmétique de raison $r = 1$.

0,5 pt **b)** Calculer v_0 puis déterminer v_n en fonction de n.

0,75 pt **c)** Montrer que : $u_n = 2 - \dfrac{1}{v_n}$ puis en déduire que : $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

0,25 pt **d)** Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (11 points)

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable x définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \mathrm{e}^x - x$.

1,25 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis étudier son signe.

0,75 pt **2 - a)** Calculer $g(0)$ puis dresser le tableau de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$. (Calcul des limites n'est pas demandé).

0,5 pt **b)** En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2\mathrm{e}^x - x^2$, et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1,5 pt **1 -** Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0,5 pt **2 - a)** Vérifier que : $f(x) = 2x^2\left(\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2} - \dfrac{1}{2}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.

1,5 pt **b)** Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat géométriquement.

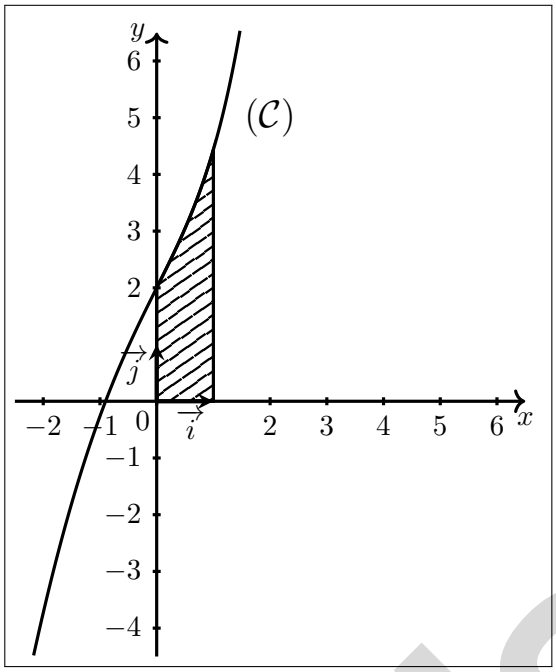
0,5 pt **3 - a)** Montrer que : $f'(x) = 2.g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

1 pt **b)** En déduire le signe de f' puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2 pt **4 -** Vérifier que : $f''(x) = 2\left(\mathrm{e}^x - 1\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que $(\mathcal{C})$ admet un point d'inflexion $I(0;2)$.

1,5 pt **5 -** La figure en dessous représente une partie de la courbe $(\mathcal{C})$ dans l'intervalle $]-2;2[$. Calculer l'aire de la partie hachurée.

Yassine Elamri



Exercice 3 : (4.5 pts)

Une urne contient 8 boules sont indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 3 boules vertes.

On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

0,5 pt **1 -** Montrer que le nombre de tirages possibles est : 56.

2 - On considère les événements suivants :

A:« Parmi les boules tirées, il n'existe aucune boule verte ».

B:« Une boule verte et les deux autres boules tirées sont blanches ».

C:« Une boule verte et les deux autres boules tirées sont rouges ».

D:« Les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux ».

0,5 pt **a)** Montrer que : $p(A) = \frac{5}{28}$.

1,5 pt **b)** Calculer la probabilité des événements suivants : B , C et D.

3 - Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombrre de boules vertes tirées.

0,5 pt **a)** Montrer que : $p(X = 1) = \frac{15}{28}$.

1,5 pt **b)** Recopier le tableau de loi de probabilité de X dans votre feuille et le remplir en justifiant votre réponse.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$		

FIN

Yassine Elamri

Today yesterday, tomorrow better than today