ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Economiques et Gestion

Session : Normal juin 2014

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Economiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

√ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
√ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
√ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Ce sujet comporte 3 exercices :

— Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **5 points**
— Exercice 2 : **Étude de fonctions numérique et suites numériques** ..... **10,5 points**
— Exercice 3 : **Calculs des probabilités** ..... **4,5 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (5 pts)

Soit la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{4}\ ;\ (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

0,5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2

1 pt **2 -** Montrer par récurrence pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_n > \dfrac{1}{2}$

0,75 pt **3 - a)** Montrer que : $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{1}{2}\left(u_n - \dfrac{1}{2}\right)$

0,5 pt **b)** Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente

4 - On pose : $v_n = u_n - \dfrac{1}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,25 pt **a)** Calculer v_0

0,5 pt **b)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$

1 pt **c)** Calculer v_n en fonction de n puis déduire que : $u_n = \dfrac{1}{2}\left(1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **d)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (10,5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)^2\, e^x$
Soit $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$.

1 pt **1 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

0,5 pt **c)** Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$; $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 x^2 e^x$

1,5 pt **d)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

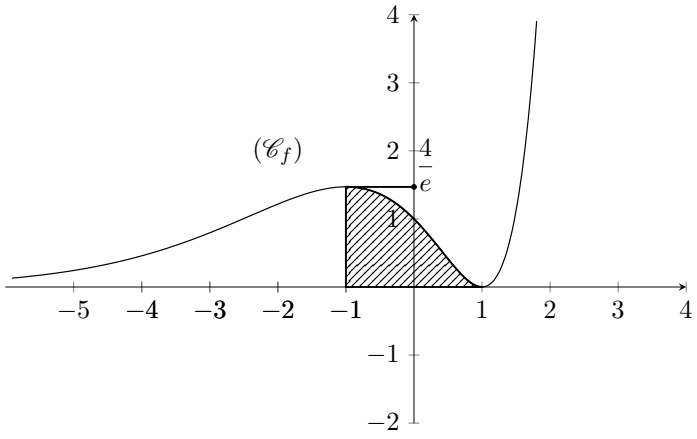
1 pt **2 - a)** Montrer que : $f'(x) = (x^2-1)\, e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2 pt **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ puis calculer $f(1)$ et $f(-1)$ puis dresser le tableau de variation de f.

1 pt **3 -** Montrer que la fonction F définie par : $F(x) = (x^2 - 4x + 5)\, e^x$ est la fonction primitive de f sur $\mathbb{R}$.

4 - Dans la figure ci-dessous (C) est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$

Yassine Elamri



1 pt **a)** D'après la question 3, calculer l'aire de la partie hachurée.

1 pt **b)** Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation $f(x) = 1$.

Exercice 3 : (4,5 pts)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : trois boules rouges, deux boules blanches et quatre boules vertes. On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.

0,5 pt **1 -** Montrer que le nombre de tirages possibles est : 72

2 - On considère les événements suivants :

A : " Tirer une boule blanche en premier "

B : " Les deux boules tirées sont de la même couleur "

0,5 pt **a)** Montrer que : $p(A) = \frac{2}{9}$

1 pt **b)** Calculer la probabilité de B et en déduire que $p\left(\overline{B}\right) = \frac{13}{18}$
($\overline{B}$ l'évènement contraire de B)

1 pt **3 -** Sachant que la première boule tirée est blanche, calculer la probabilité pour tirer deux boules de couleurs différentes.

1,5 pt **4 -** Soit x la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées. Remplir le tableau ci-dessous :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$			

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today