ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques et Gestion

Session : Rattrapage Juillet 2015

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

- Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **4.5 points**
- Exercice 2 : **Étude de fonctions numérique** ..... **11 points**
- Exercice 3 : **Calculs des probabilités** ..... **4,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 8 \\ u_{n+1} &= \frac{1}{4}u_n + 3\ ;\ (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

0,5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2

0.5 pt **2 -** Montrer par récurrence pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_n > 4$

0,5 pt **3 - a)** Montrer que : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}(u_n - 4)$

0,75 pt **b)** Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente

4 - On pose : $v_n = u_n - 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,25 pt **a)** Calculer v_0

0,5 pt **b)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

1 pt **c)** Calculer v_n en fonction de n puis déduire que : $u_n = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5pt **d)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (11 pts)

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$. par : $g(x) = x + 1 - \ln x$.

0,5 pt **1 -** Montrer que $g'(x) = \frac{x-1}{x}$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

1 pt **2 -** Étudier le signe de $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$.

3 - Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de g (Le calcul des limites n'est pas demandé).

0,75 pt

0,5 pt **4 -** Déduire du tableau de variations que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$. par : $f(x) = x^2 - 1 - 2x\ln x$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0,75 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -1$

0,5 pt **2 - a)** Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$: $f(x) = x^2\left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2\ln x}{x}\right)$.

2 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$: $f'(x) = 2g(x)$..

b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variation de f sur

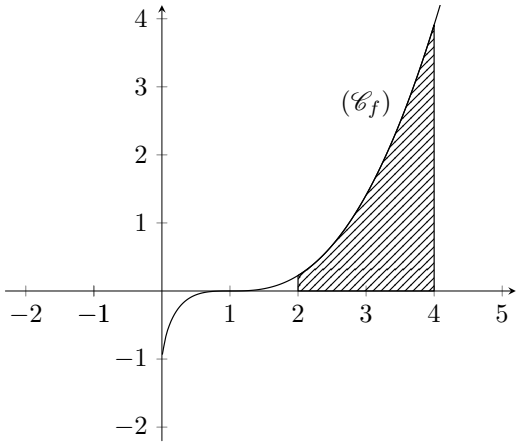
1 pt $]0,+\infty[$.

1,5 pt **4 -** Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion I qu'on déterminera.

1 pt **5 - a)** en utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_2^4 2x\cdot\ln x dx = 28\ln 2 - 6$

1 pt **b)** En déduire l'air de la partie hachurée Dans la figure ci-dessous

Yassine Elamri



Exercice 3 : (4,5 pts)

Un sac contient 10 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 5 boules blanches et 2 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules boules du sac.

1 pt **1 -** Montrer que le nombre de tirages possibles est : 120

2 - On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirées sont de la même couleur "

B : " Parmi les deux boules tirées, il y en a une au moins qui est de couleur rouge "

1 pt **a)** Montrer que : $p(A) = \dfrac{11}{120}$

1 pt **b)** Calculer la probabilité de B

1,5 pt **3 -** Soit x la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules vertes tirées . Remplir le tableau ci-dessous en justifiant les réponses :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$			

FIN

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today