ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économie et Gestion Comptable

Session : Rattrapage juin 2015

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

— Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **3 points**
— Exercice 2 : **Calcul des probabilités** ..... **3 points**
— Exercice 3 : **Étude dune fonction numérique** ..... **3 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

0.5 pt **1 -** Calculer U_1 et U_2.

0.5 pt **2 -** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $U_n < \frac{5}{4}$

0.5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{4}{5}(U_n - \frac{5}{4})$.

0.75 pt **b)** En déduire que $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

4 - On Suppose que $V_n = U_n - \frac{5}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

0.25 pt **a)** Calculer V_0 .

0.5 pt **b)** Montrer que : $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$.

1 pt **c)** Calculer V_n en fonction de n et en déduire que $U_n = \frac{1}{4}(5 - (\frac{1}{5})^n)$.

0.5 pt **d)** Calculer la limite de U_n en $+\infty$.

Exercice 2 : (11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{2}{x} + lnx$$

et soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

0.75 pt **1 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

1.5 pt **b)** Monter que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x) = +\infty$ puis donner une interprétation géométrique .

O.5 pt **2 - a)** Vérifier que $f(x) = x + \frac{2 + xlnx}{x}$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

1 pt **b)** Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique .

0.5 pt **3 - a)** Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

1 pt **b)** Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$ pour tout x de $]0;+\infty[$, puis étudier le signe de $(x-1)(x+2)$ sur les deux intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$.

0.5 pt **c)** En déduire que f est une fonction décroissante sur l'intervalle $]0;1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle $[1;+\infty[$.

0.5 pt **d)** Dresser le tableau de variation de f .

0.75 pt **4 - a)** Vérifier que $f''(x) = \frac{4-x}{x^3}$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

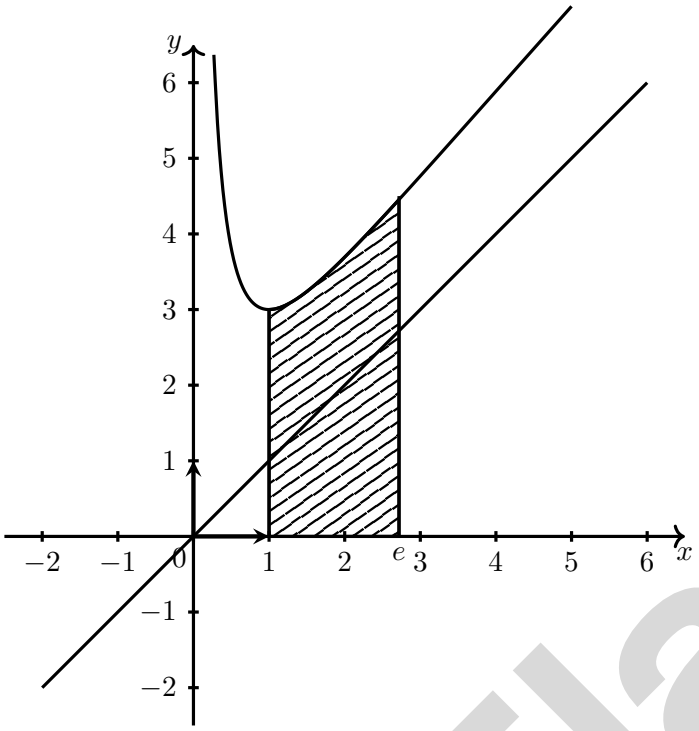
1.5 pt **b)** Etudier le signe de $f''(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$ puis en déduire que (C) admet un point d'inlexion I dont on déterminera ces coordonnées .

1 pt **5 - a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e lnx\,dx = 1$.

1.5 pt **b)** En déduire l'aire de la partie hachurée dans la figure. .

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today



Exercice 3 : (4.5 pts)

Tous les résultats seront données sous forme de fraction

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire simultanément au hazard deux boules du sac.

On conidère les èvènements suivants :

0.5 pt **1 -** Montrer que le nombres de tirages possibles est : 28 .

2 - **A** : "Les deux boules tirées sont de la même couleur"

B : "Les deux boules tirées sont de couleurs différentes "

1 pt **a)** Montrer que $p(A) = \dfrac{13}{28}$.

1 pt **b)** Calculer la probabilité de l'événement B .

3 - Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombres de boules vertes tirées.

0.5pt **a)** Montrer que $p(X = 0) = \dfrac{10}{28}$.

b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en justiant les réponses.

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			

1pt **0.5pt** **c)** Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

FIN

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today