ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économie et Gestion Comptable

Session : Rattrapage juillet 2016

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

— Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **4,5 points**
— Exercice 2 : **Calcul des probabilités** ..... **4,5 points**
— Exercice 3 : **Étude dune fonction numérique** ..... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$

0.5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2.

0.5 pt **2 - a)** Mondtrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} + 1 = \dfrac{2(u_n + 1)}{u_n + 3}$.

0.5 pt **b)** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > -1$.

0.5 pt **c)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n + 1)^2}{u_n + 3}$.

0.5 pt **d)** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

3 - On pose $v_n = \dfrac{u_n + 2}{u_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.25 pt **a)** Calculer v_0.

0.25 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{3u_n + 5}{2(u_n + 1)}$.

0.5 pt **c)** Montrer que v_n est une suite arithmétique de raison $r = \dfrac{1}{2}$.

0.25 pt **d)** Calculer v_n en fonction de n.

0.25 pt **4 - a)** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{-v_n + 2}{v_n - 1}$

0.25 pt **b)** En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n = \dfrac{-n}{n + 2}$.

0.25 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (4.5 pts) (Tous les résultats de cet exercice se donnent sous forme d'une fraction)

Un sac contient 11 boules indiscernables au toucher : 3 boules blanches, 4 boules vertes et 4 boules rouges. On tire **simultanément** au hasard trois boules du sac.

1 - On considère les événements suivants :

A : "les trois boules tirées sont de la même couleur"

B : "tirer exactement une seule boule de chaque couleur "

C : "les trois boules tirées sont de deux couleurs différentes"

1 pt **a)** Montrer que la probabilité de l'événement A est : $p(A) = \dfrac{3}{55}$.

1pt **b)** Calculer la probabilité de l'événement B.

1pt **c)** En déduire que $p(C) = \dfrac{36}{55}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées.

1.5pt **a)** Copier et remplir le tableau ci-contre en justifiant les réponses.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\dfrac{84}{165}$		

0.5pt **b)** Calculer $E(X)$, l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

Yassine Elamri

Exercice 3 : (11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.5pt **1 -** Vérifier que : $f(x) = e^x(e^x - 4) + 3$

0.75pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique du résultat. **1.25pt**

1pt **3 - a)** Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$.

1.5pt **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f.

4 - Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 3)$, puis déterminer les deux points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses. **1.5pt**

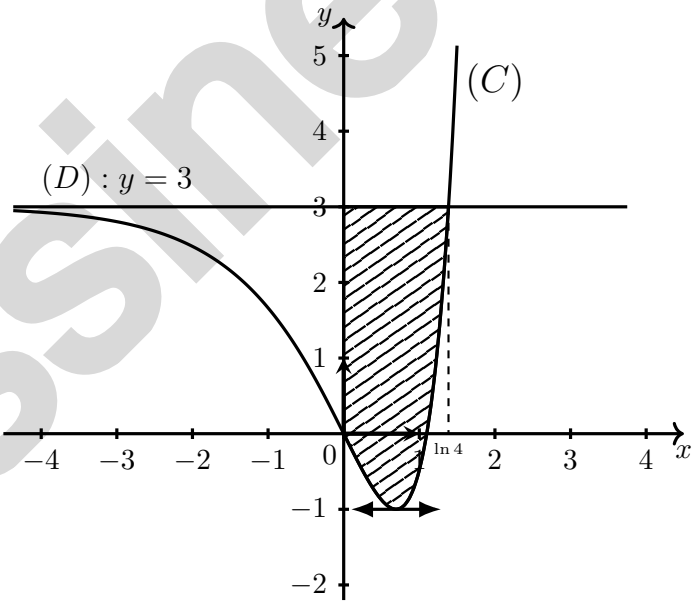
0.5pt **5 - a)** Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $f''(x) = 4e^x(e^x - 1)$.

b) Étudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que le point $O(0, 0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C). **1.5pt**

0.5pt **6 -** Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point $O(0; 0)$.

0.5pt **7 - a)** Détrminer le point d'intersection de (C) et la droite (D) : $y = 3$.

1.5pt **b)** Calculer l'aire de la partie hachurée.



FIN

Yassine Elamri