ROYAUME DU MAROC

**Baccalauréat Sciences Économiques**

**Session : Normal 2016**

# MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques Et Gestion Comptable**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

## INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

## COMPOSANTES DU SUJET

***Ce sujet comporte 3 exercices :***

- Exercice 1 : **Suites numériques.** ..... **4.5 points**
- Exercice 2 : **Calcul de probabilités** ..... **4.5 points**
- Exercice 3 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** ..... **11 points**

Yassine Elamri

## Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit la suite $(u_n)$ définie par : $U_0 = 0$ et $(\forall n \in \mathbb{N});\ U_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1$.

**0,5 pt** **1 -** Calculer $U_1$ et $U_2$.

**0,5 pt** **2 -** Montrer par récurrence pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $\mathbf{U_n < \frac{5}{3}}$.

**0,5 pt** **3 - a)** Montrer que $\mathbf{U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{5}\left(U_n - \frac{5}{3}\right)}$

**0,75 pt** **b)** Montrer que $(\mathbf{U_n})_{n\in \text{IN}}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente.

**4 -** On pose : $(\forall \mathbf{n} \in \mathbb{N})$ : $\mathbf{V_n = U_n - \frac{5}{3}}$.

**0,25 pt** **a)** Calculer $V_0$.

**0,5 pt** **b)** Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.

**1 pt** **c)** Calculer $V_n$ en fonction de $n$ et en déduire que $U_n = -\frac{5}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}$.

**0,5 pt** **d)** Calculer la limite $\boldsymbol{u_n}$ en $+\infty$.

## Exercice 2 : (4.5 pts)

Un sac contient 7 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 2 boules vertes. On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

**1 -** On considère les événements suivants :

$A$ : " les deux boules tirées sont de la même couleur "

$B$ :" parmi les deux boules tirées, il y a une au moins qui est de couleur rouge "

**1 pt** **a)** Montrer que $\boldsymbol{p(A) = \frac{5}{21}}$.

**1 pt** **b)** Calculer la probabilité de $B$.

**1 pt** **c)** Montrer que $p(A \cap B) = \frac{1}{7}$.

**0,5 pt** **d)** Est-ce que les événements $A$ et $B$ sont indépendants ?justifier.

**2 -** Soit $X$ la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules rouges tirées

**0,75 pt** **a)** Copier et remplir le tableau ci-dessous en justifiant les réponses.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p(X = x_i)$ | | | |

**0,25 pt** **b)** calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable $X$.

## Exercice 3 : (11 pts)

**Partie : A**.

On considère la fonction numérique $g$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$$

.

Yassine Elamri

**0,5 pt** **1 - a)** calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

**0,5 pt** **b)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x) = -\infty$

**0,5 pt** **2 - a)** Vérifier que pour tout $x$ de $]0,+\infty[$ : $g'(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x^3}$.

**0,5 pt** **b)** Étudier le signe de $g'(x)$ sur $]0,+\infty[$ .

**0,75 pt** **c)** calculer $g(1)$ puis dresser le tableau de variation de $g$ sur $]0,+\infty[$.

**1 pt** **d)** En déduire que $g(x) \leq 0$ sur $]0,1]$ et que $g(x) \geq 0$ sur $[1,+\infty[$.

**Partie : B**.

On considère la fonction $f$ définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x} + x\ln x$.

**1 pt** **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

**b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

**1.75 pt**

**1 pt** **2 - a)** Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout $x$ de $]0,+\infty[$.

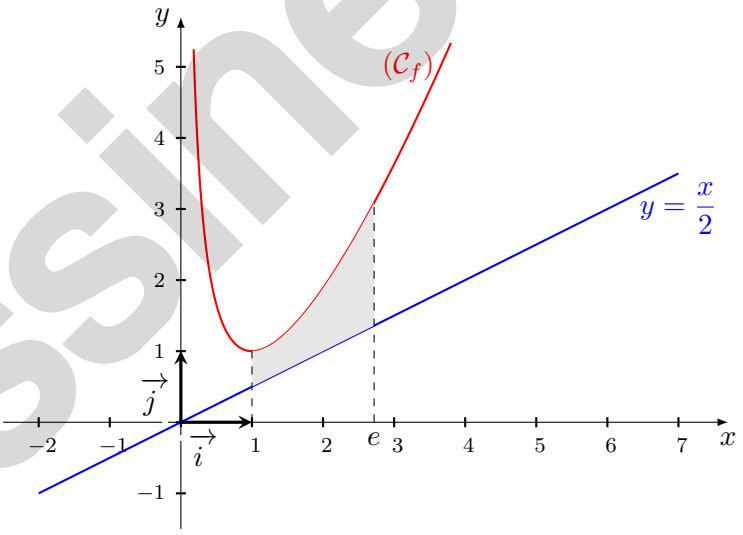
**1 pt** **b)** Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de $f$

**3 -** Soit $F(x) = -\dfrac{x^2}{4} + \left(\dfrac{x^2}{2} + 1\right)\ln x$

**1 pt** Montrer que F est une primitive de f sur $]0,+\infty[$.

**4 -** Dans la figure ci-dessous, $(\mathcal{C}_f)$ est la courbe de $f$ et $(D)$ est la droite d'équation : $y = \dfrac{x}{2}$

**1.5 pt** Calculer l'aire de la partie hachurée .




FIN



Yassine Elamri