ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Economiques et Gestion

Session : Rattrapage juillet 2017

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Economiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

- Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **4,5 points**
- Exercice 2 : **Calculs des probabilités** ..... **4 points**
- Exercice 3 : **Calculs des intégrales** ..... **1,5 points**
- Exercice 2 : **Étude de fonctions numérique** **10points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4,5 pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= \dfrac{3u_n+2}{2u_n+3} \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N})$$

0,5 pt **1 - a)** Calculer u_1 et u_2

0,75 pt **b)** Vérifier que $u_{n+1}-1=\dfrac{u_n-1}{2u_n+3}$ puis montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_n>1$

0,5 pt **c)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_{n+1}-u_n=2\left(\dfrac{1-u_n^2}{2u_n+3}\right)$

0,5 pt **d)** En déduire que (u_n) est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

2 - On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,25 pt **a)** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$; $v_n\neq 1$

0,25 pt **b)** Calculer v_0

0,5 pt **c)** Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $\dfrac{1}{5}$.

0,25 pt **d)** Calculer v_n en fonction de n.

0,25 pt **3 - a)** Montrer que : $u_n=\dfrac{1+v_n}{1-v_n}$

0,5 pt **b)** En déduire que : $u_n=\dfrac{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$

0,25 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (4,5 pts)

Un sac contient trois boules blanches numérotés 0 , 1 , 2 et deux boules noires numérotés 1 , 2 , toutes indiscernables au toucher.
On tire simultanément au hasard successivement et sans remise deux boules du sac.

1 - On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirés portant le numéro 1"

A : " La premier boules tirée est blanche"

0,5 pt **a)** Montrer que : $p(A)=\dfrac{1}{10}$

1 pt **b)** Calculer la probabilité de B et montrer que : $p(A\cap B)=\dfrac{1}{20}$

0,5 pt **c)** Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

2 - Soit X la variable aléatoire qui correspond au produit des deux nombres portés par les deux boules tirées.

1,5 pt **a)** Copier et compléter le tableau ci-dessous en justifiant les réponses

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{20}$			

0,5 pt **b)** Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable X

Yassine Elamri

Exercice 3 : (1,5 pts)

On pose : $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ et $J = \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$

0,5 pt **1 -** Calculer I

0,5 pt **2 -** Calculer $I + J$

0,5 pt **3 -** En déduire que : $J = \frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

Exercice 4 : (10 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)e^x$

rétation

tenu.

rétation

$\left(\vec{i}, \vec{j}\right)$

http

FIN

Today better than yesterday, tomorrow better than to