ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences économique et gestion comptable

Session : rattrapage juin 2018

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Eco-SGC**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

- Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **4.5 points**
- Exercice 2 : **Problème d'analyse** ..... **11 points**
- Exercice 3 : **Probabilités** ..... **4,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4,5 pts)

Soit la suite (U_n) définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \dfrac{2U_n - 9}{U_n - 4}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

0.5 pt **1 -** Calculer U_1 et U_2.

0.25 pt **2 - a)** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $3 - U_n > 0$.

0.5 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(U_n - 3)^2}{4 - U_n}$

0.5 pt **c)** En déduire que (U_n) est une suite croissante.

0.5 pt **d)** En déduire que (U_n) est convergente.

3 - On suppose que : $V_n = \dfrac{1}{U_n - 3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

0.5 pt **a)** Calculer V_0.

0.5 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = \dfrac{4 - U_n}{U_n - 3}$.

0.5 pt **c)** Montrer que $V_{n+1} - V_n = -1$ et en déduire que $V_n = -1 - n$.

0.5 pt **4 - a)** Montrer que $U_n = \dfrac{1 + 3V_n}{V_n}$.

0.5 pt **b)** En déduire que $U_n = \dfrac{3n + 2}{n + 1}$ pour tout N de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de U_n en $+\infty$.

Exercice 2 : (11 pts)

partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x$.

0.5 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.5 pt **2 -** Montrer que $g'(x) < 0$ $\forall x$ de $]-\infty; 0]$ et $g'(x) > 0$ $\forall x$ de $[0; \infty[$.Puis dresser le tableau de variation de g.

0.5 pt **3 -** En déduire que $e^x - x > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x - x}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0.5 pt **1 -** Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R}$.

0.5 pt **2 - a)** Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

0.5 pt **b)** Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

0.5 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{(1 - x)\, e^x}{(e^x - x)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

0.5 pt **b)** Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

0.5 pt **c)** Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x = 0$.Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

Yassine Elamri

4 - Tracer dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ la tangente (T), la droite d'équation $y = 1$ et la courbe (C_f).on prendra $\frac{e}{e-1} = 1,6$ on admettra que (C_f) a deux points d'inflexions $J(0;1)$ et K d'abscisse α tel que $1,5 < \alpha < 2$.

0.5 pt

Exercice 3 : (4,5 pts)

http

FIN

https://steinma
Today better than yesterday, tomorrow better than to