ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économie et Gestion Comptable

Session : Normal 2018

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 3 exercices :

- Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **4,4 points**
- Exercice 2 : **Calcul des probabilités** ..... **4 points**
- Exercice 3 : **Étude dune fonction numérique** ..... **11,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 5$

0.5 pt **1 -** Calculer U_1 et U_2.

0.5 pt **2 - a)** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $U_n < 15$.

0.5 pt **b)** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{3}U_n + 5$.

0.25 pt **c)** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $-\frac{1}{3}U_n + 5 > 0$.

0.5 pt **d)** En déduire que U_n est une suite croissante et qu'elle est convergente.

3 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_n = U_n - 15$

0.5 pt **a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = \frac{2}{3}V_n$

0.75 pt **b)** Calculer le premier terme V_0 et montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_n = (-12)\left(\frac{2}{3}\right)^n$

0.5 pt **4 - a)** Calculer U_n en fonction de n

0.5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 2 : (4 pts)

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 3 boules blanches et 2 boules vertes. On tire **simultanément** au hasard trois boules du sac.

On considère les événements suivants :

A : "les trois boules tirées sont blanches"

B : "les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux "

C : "Il n'y a aucun boule blanche parmi les trois boules tirées"

0,5 pt **1 - a)** Montrer que : $p(A) = \frac{1}{56}$.

1,5pt **b)** Calculer $p(B)$ et $p(C)$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules blanches tirées.

1.5pt **a)** Copier et remplir le tableau ci contre en justifiant les réponses.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

0.5pt **b)** Calculer $E(X)$ l'espérence mathématique de la variable aléatoire X .

Exercice 3 : (11,5 pts)

partie I : On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Yasine Elamri

1pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et donner l'interprétation géométrique du résultat.

0.5pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0.75pt **b)** Montrer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$,

1pt **c)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$et donner l'interprétation géométrique du résultat.

0,75pt **3 - a)** Montrer que : $(\forall x > 0)$: $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$.

0.75pt **b)** Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variation de f

0.5pt **c)** En déduire le signe de f sur $]0;1]$ et sur $[1;+\infty[$.

0.75pt **d)** Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

4 - Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1pt **a)** On utilisant une integration par parties, montrer que : $\int_1^{\mathrm{e}} \ln x \mathrm{d}x$

b) Montrer que l'aire de la partie hachurée est égale à $\dfrac{1}{2}\left(e^2 - 1\right)$ $u.a$ (u.a signifier l'unité

1pt d'air)

partie II : Soit g la fonction numérique de variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-1+2\ln(x))$$

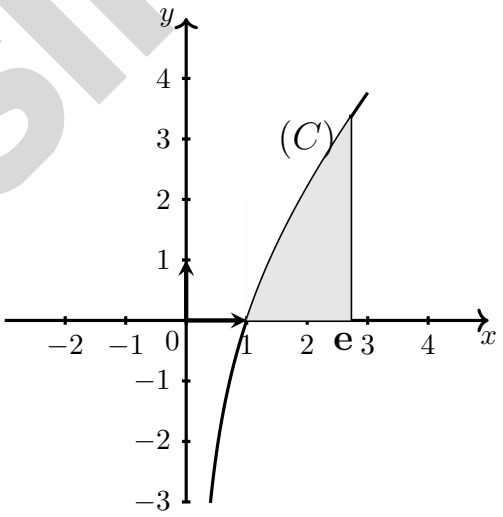
1pt **1 -** Montrer que : $\forall x > 0$, $g'(x) = f(x)$

2 - En utilisant $3.c$ de la partie I, montrer que g est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur

1pt $[1;+\infty[$

0.5pt **3 - a)** Que représente la fonction g pour la fonction f ? (Justifier la réponse).

1pt **b)** En déduire, sans calcul, la valeur de $g(e) - g(1)$ (Justifier la réponse).



FIN

Today yesterday, tomorrow better than today

Yassine Elamri