ROYAUME DU MAROC

# Baccalauréat Sciences Économiques

## Session : Rattrapage 2019

juin 2019

# MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques Et Gestion Comptable**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

## INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

## COMPOSANTES DU SUJET

*L'épreuve est composée de 3 exercices :*

— Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **4,5 points**
— Exercice 2 : **Calcul de probabilités** ..... **4 points**
— Exercice 3 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** ... **11,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe $z$
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

## Exercice 1 : (4,5 pts )

Soit $(u_n)$ la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n - 9}{u_n - 5}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

0,5 pt **1 -** Calculer $u_1$ et $u_2$

0,75 pt **2 -** Montrer par récurrence que : $(\forall \mathbf{n} \in \mathbb{N}); u_n < 3$

0,5 pt **3 - a)** Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{5 - u_n}$

0,5 pt **b)** Montrer que $(u_n)$est une suite croissante

0,25 pt **4 -** En déduire que la suite $(u_n)$ est une suite est convergente

**5 -** On pose pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_n = \frac{-2u_n + 4}{u_n - 3}$

0,25 pt **a)** Vérifier que $v_0 = -1$

0,5 pt **b)** Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_{n+1} = \frac{-u_n + 1}{u_n - 3}$

0,5 pt **c)** Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique de raison 1

0,25 pt **6 - a)** Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n = \frac{3v_n + 4}{v_n + 2}$

0,25 pt **b)** En déduire que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ $u_n = \frac{3n+1}{n+1}$

0,25 pt **c)** Calculer $\lim_{n \to +\infty} u_n$

## Exercice 2 : ( 4 pts ) (Donner les résultats sous forme de fraction)

Un sac $S_1$ contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac $S_2$ contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : " on tire une boule du sac $S_1$ puis on tire une boule du sac $S_2$ "

On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirées sont blanches "

B : " Les deux boules tirées sont de couleurs différentes "

Yassine Elamri



Toda yesterday, tomorrow better than today

1,5 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \frac{1}{12}$

**2 -** Montrer que $p(\bar{B}) = \frac{7}{24}$

1,5 pt ($\bar{B}$ est l'événement contraire de B) et en déduire $p(B)$

1 pt **3 -** Calculer $p(A \cup B)$

## Exercice 3 : (11,5 pts)

On considère la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0;+\infty[$ par :

$f(x) = (1 - \ln x)\ln x$

et soit $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$

**1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et

**2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et

**b)** On admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(\frac{(\ln x)^2}{x}\right) = 0$ et Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

1 pt et interpréter géométriquement le résultat.

1 pt **3 - a)** Montrer que, pour tout $x$ de $]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{1}{x}(1 - 2\ln x)$

**b)** Montrer que $f$ est croissante sur $]0;\sqrt{e}[$ et qu'elle est décroissante sur

1,25 pt $]\sqrt{e};+\infty[$

0,5 pt **c)** Calculer $f(\sqrt{e})$ puis dresser le tableau de variations de $f$

**d)** Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et en déduire les coordonnées des points

1,5 pt d'intersection de $(C_f)$ avec l'axe des abscisses.

**e)** Donner l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(C_f)$ au point d'abs-

1 pt cisse $x_0 = 1$

0,75 pt **4 - a)** Montrer que $f''(x) = \frac{1}{x^2}(2\ln x - 3)$ pour tout $x$ de $]0;+\infty[$

1 pt **b)** Montrer que $A(e^{\frac{3}{2}}; \frac{-3}{4})$ est un point dinflexion de $(C_f)$

**5 -** Dans la figure ci-dessous $(C_f)$ est la courbe représentative de $f$ et soit $F$ la fonction définie par : $F(x) = -x(x)^2 + 3x\ln x - 3x$

0,5 pt **a)** Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur $]0;+\infty[$

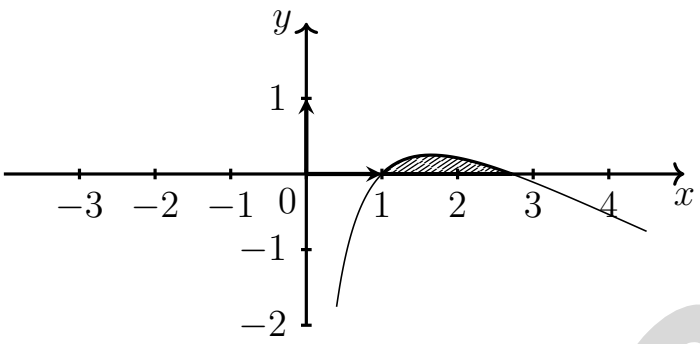
Yassine Elamri

**0,75 pt**

**b)** A partir de la courbe $(C_f)$ ci-dessous, donner les variations de F sur $]0;+\infty[$

**1pt**

**c)** Calculer laire de la partie hachurée.




FIN

Yassine Elamri



Toda yesterday, tomorrow better than today