ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Normale Juin 2019

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 2 exercices et un problème :

— Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **4 points**

— Exercice 2 : **Calculs des probabilités** ..... **4 points**

— problème : **Problème d'analyse** ..... **12 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (4 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{7}$

0.5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2.

0.75 pt **2 - a)** Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n - \frac{2}{7} \leq 0$.

b) Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}\left(u_n - \frac{2}{7}\right)$, puis en déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **0.75 pt** est une suite décroissante.

0.25 pt **3 -** Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite convergente.

4 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - \frac{2}{7}$

0.25 pt **a)** Calculer v_0. .

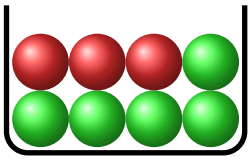
0.5 pt **b)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

0.5 pt **c)** En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \left(\frac{12}{7}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{7}$.

0.5 pt **5 -** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (4 pts)

Donner les résultats sous forme de fraction



Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher dont **cinq** boules sont vertes et **trois** sont rouges.

On tire au hasard **successivement** et **sans remise** deux boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirées sont rouges ".

B : " La première boule tirée est rouge ".

C : " La deuxième boule tirée est verte ".

1 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \frac{6}{56}$ et $p(B) = \frac{21}{56}$.

1 pt **2 -** Calculer $p(C)$. .

1 pt **3 -** Calculer $p(B \cap C)$.

1 pt **4 -** Les événements B et C sont-ils indépendants ?justifier la réponse.

Problème : (12 pts)

PARTIE I -

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x$

0.5 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.5 pt **2 - a)** étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer $g(0)$ puis dresser le tableau de variations de g.(le calcul des limites n'est pas **0.5 pt** demandé).

Yassine Elamri

0.5 pt **c)** En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}; g(x) \leq 1$.

PARTIE II -

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x} + (x-1)$

et on note $(\mathcal{C}_{\{})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 pt **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

0.5 pt **b)** Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

1 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - (x-1))$.

0.5 pt **b)** Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

1 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\mathrm{e}^x}$.

0.5 pt **b)** En déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **c)** Dresser son tableau de variation.

1 pt **d)** Donner l'équation de la tangente (T)au point d'abscisse 0.

e) Résoudre l'équation $f(x) = x-1$, puis en déduire les coordonnées du point d'intersection

1 pt de $(\mathcal{C}_f)$ avec la droite (Δ) d'équation : $y = x - 1$.

0,5 pt **4 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = \mathrm{e}^{-x}(x-1)$.

b) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion dont on déterminera ses coordon-

1 pt nées.

5 - Dans la figure ci-dessous $(\mathcal{C}_f)$ est la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 pt **a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_{-1}^{1} (x+1)\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = \mathrm{e} - \dfrac{3}{\mathrm{e}}$.

0,5 pt **b)** Calculer l'aire de la partie hachurée de la figure.

FIN

Yassine Elamri