ROYAUME DU MAROC

**Baccalauréat Sciences Économique**

**Session de rattrapage** 2021

# MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économique Et Gestion Comptable**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

## INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

## COMPOSANTES DU SUJET

***Ce sujet comporte 4 exercices :***

- Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **5.5 points**
- Exercice 2 : **Étude de fonctions** ..... **5.5 points**
- Exercice 3 : **Étude de fonctions** ..... **4 points**
- Exercice 4 : **Étude de fonctions** ..... **3 points**
- Exercice 5 : **Système d'équations** ..... **2 points**

Yassine Elamri

## Exercice 1 : (5.5 pts )

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 4$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.

**0,5 pt** **1 -** Calculer $u_1$ et $u_2$.

**1 pt** **2 -** Montrer par récurrence que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n < \frac{16}{3}$.

**0,75 pt** **3 - a)** Vérifier que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}\left(u_n - \frac{16}{3}\right)$.

**0,5 pt** **b)** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.

**0,25 pt** **4 -** Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

**5 -** On pose pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_n = u_n - \frac{16}{3}$.

**0,75 pt** **a)** Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

**0,75 pt** **b)** Calculer $v_0$ et exprimer $v_n$ en fonction de $n$.

**0,5 pt** **c)** Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{16}{3}$.

**0,5 pt** **6 -** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

## Exercice 2 : ( 5.5 pts )

On considère la fonction numérique $g$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - \ln(x) - x\ln(x)$$

**1 pt** **1 - a)** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$.

**1 pt** **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

**0.5 pt** **2 - a)** Vérifier que $g(e) = -e$ .

**2 pts** **b)** Montrer que pour tout $x$ de $]0;+\infty[$ ; $g(x) + x = (x+1)(1-\ln(x))$, puis résoudre l'équation $g(x) = -x$ .

**3 -** Ci dessous voici le tableau de variation de $g$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | | $-$ | | | | |
| $g(x)$ | ‖ | ↘ | $1$ | ↘ | $-e$ | ↘ | |

**1 pt** Donner , à l'aide du tableau de variations de $g$, l'image de l'intervalle $[1;e]$ par $g$.

## Exercice 3 : (4 pts)

Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ci dessous, $(\Delta)$ est la droite d'équation $y = x - 1$ et $(\mathscr{C}_f)$ est la courbe représentative de la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + \frac{\ln(x)}{x}$.

Yassine Elamri

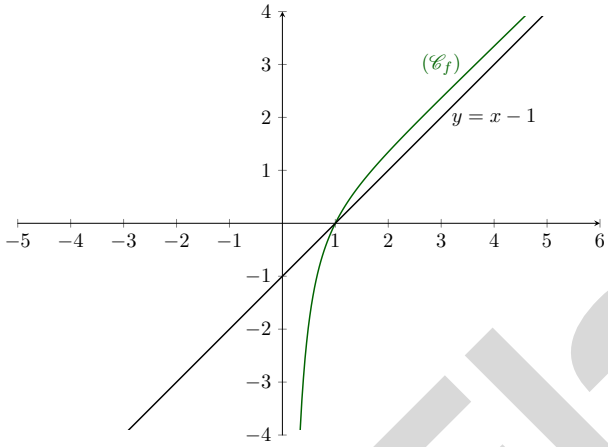
**1 pt** **1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

**1,5 pts** **2 -** Justifier par le calcul que la droite $(\Delta)$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.

**3 -** Ci dessous, $(\mathscr{C}_f)$ est la représentation graphique de $f$ :

**0,5 pts** **a)** Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 0$

**1 pt** **b)** Donner graphiquement le signe de $f(x) - (x-1)$ sur $]0;1]$ puis sur $[1;+\infty[$.




## Exercice 4 : (3 pts)

On considère la fonction numérique $h$ de la variable réelle $x$ définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x) = \left(\frac{1}{x} + 2\right) e^x$.

**1 -** Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ ; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} h(x)$ ; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} h(x)$ ;

**2 pts**

**1 pt** **2 -** Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ ; $h'(x) = (2x^2 + x - 1)\dfrac{e^x}{x^2}$

## Exercice 5 : (3 pts)

**2 pts** **1 -** Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} u + 2v = 7 \\ 4u - v = 1 \end{cases}$

**1 pt** **2 -** En déduire que le couple $(0;\ln(3))$ est la solution du système : $\begin{cases} e^x + 2e^y = 7 \\ 4e^x - e^y = 1 \end{cases}$

FIN

Yassine Elamri



Today bett yesterday omorrow better tha ay