ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économique

Session Normal 2021

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économique Et Gestion Comptable**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Les suites numériques** ..... **5 points**
- Exercice 2 : **Étude de fonctions** ..... **5.5 points**
- Exercice 3 : **Étude de fonctions** ..... **5.5 points**
- Exercice 4 : **Étude de fonctions** ..... **4 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (5 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{1}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2.

1 pt **2 -** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n < -\frac{3}{4}$.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}\left(u_n + \frac{3}{4}\right)$.

0,5 pt **b)** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.

0,25 pt **4 -** Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

5 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + \frac{3}{4}$.

0,25 pt **a)** Calculer v_0.

0,5 pt **b)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

0,5 pt **c)** Donner v_n en fonction de n.

0,5 pt **d)** En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = -\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3\right]$.

0,5 pt **6 -** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (5.5 pts)

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$$

1 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

0,75 pt **2 - a)** Montrer que : $\forall x > 0\,;\quad g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}$.

0,5 pt **b)** Donner le signe de $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$.

1 pt **3 - a)** Calculer $g\left(\frac{1}{e}\right)$ et $g(1)$ puis dresser le tableau de variations de g.

1 pt **b)** A partir du tableau de variations de g, Donner le signe de $g(x)$ sur $]0;1]$ et sur $[1;+\infty[$.

1,25 pt **c)** A l'aide du tableau de variations, résoudre l'inéquation : $1 + e^2 + \ln x \geq \frac{1}{x^2}$.

Exercice 3 : (5.5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$$

1 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

1 pt **2 - a)** Montrer que : $\forall x > 0\,;\quad f'(x) = \frac{1}{x}(2\ln x - 1)$.

1 pt **b)** Montrer que $f'(x) \leq 0$ sur $]0;\sqrt{e}]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[\sqrt{e};+\infty[$.

1 pt **c)** Calculer $f(\sqrt{e})$ et $f(e)$ puis dresser le tableau de variations de f.

3 - A partir du tableau de variations de f :

Yassine Elamri

Toda n yesterday, tomorrow better than today

0,5 pt **a)** Donner la valeur minimale de f sur $]0;+\infty[$.

1 pt **b)** Déterminer l'image de l'intervalle $[\sqrt{e};e]$ par f.

Exercice 4 : (4 pts)

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1 - Calculer les limites suivantes :

0,5 pt **a)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{e^x}{e^x-1}\right)$

0,5 pt **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+\dfrac{e^x}{e^x-1}\right)$

0,5 pt **c)** $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\left(\dfrac{e^x-1}{x^2}\right)$

0,5 pt **2 - a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $t^2+t-2=0$.

1 pt **b)** En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation suivante : $e^{2x}+e^x-2=0$.

1 pt **3 -** Donner une primitive H de la fonction h définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$h(x)=e^x+\frac{2\ln x}{x}$$

FIN

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today