ROYAUME DU MAROC

**Baccalauréat Sciences Économiques**

**Session : Rattrapage** juillet 2022

# MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

## INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

## COMPOSANTES DU SUJET

***Ce sujet comporte 3 exercices :***

- Exercice 1 : **Suites numériques** ..... **4.5 points**
- Exercice 2 : **Étude dune fonction numérique et calcul intégral** ..... **11 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** ..... **4.5 points**

Yassine Elamri

## Exercice 1 : (4.5 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n+1}$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.

**0,5 pt** **1 -** Calculer $u_1$ et $u_2$.

**0.5 pt** **2 - a)** Montrer par récurrence que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n > 0$.

**0.5 pt** **b)** Montrer par récurrence que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n < 1$.

**0,5 pt** **3 - a)** Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{2u_n+1}$.

**0,25 pt** **b)** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.

**0,25 pt** **c)** Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

**4 -** On pose pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

**0,25 pt** **a)** Calculer $v_0$.

**0,5 pt** **b)** Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

**0,5 pt** **c)** Exprimer $v_n$ en fonction de $n$.

**0,25 pt** **5 - a)** Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n = \frac{1}{v_n+1}$.

**0,25 pt** **b)** En déduire de ce qui précède que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}$.

**0,25 pt** **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

## Exercice 2 : ( 11 points )

**Partie 1 :** On considère la fonction numérique $g$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$$

**1 pt** **1 -** Montrer que $g'(x) = 2\left(\frac{x^2-1}{x}\right)$.

**1 pt** **2 -** En déduire $g$ est strictement décroissante sur $]0;1]$ et strictement croissante sur $[1;+\infty[$.

**0.25 pt** **3 - a)** Calculer $g(1)$.

**0.25 pt** **b)** Dresser le tableau de variations de $g$. *(Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)*

**0.5 pt** **c)** En déduire que $g(x) \geq 3$ pour tout $x$ de $]0;+\infty[$.

**Partie 2 :** On considère la fonction numérique $g$ de la variable réelle $x$ définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2\ln(x)}{x}$$

Et soit $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1 pt** **1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

**0.5 pt** **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**0.5 pt** **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-(x+1))$.

**0.25 pt** **c)** Donner une interprétation géométrique du résultat.

**1 pt** **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x$ de $]0;+\infty[$.

Yassine Elamri



Today better than ye https://steinmath.com better than today

**0,5 pt** **b)** Déduire que $f$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

**0.5 pt** **c)** Dresser le tableau de variations de $f$.

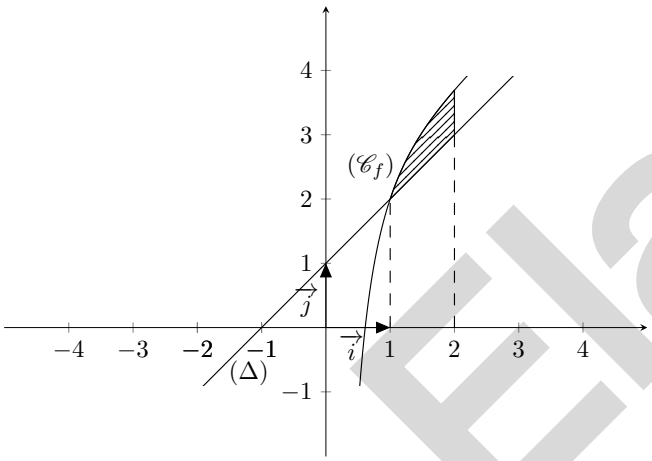
**1 pt** **4 - a)** Montrer que $f''(x) = \dfrac{2}{x^3}(-3+2\ln(x))$ pour tout $x$ de $]0;+\infty[$.

**1 pt** **b)** En déduire que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ admet un point d'inflexion d'abscisse $e\sqrt{e}$.

**5 -** Dans la figure ci-dessous $(\mathscr{C}_f)$ est la courbe représentative de $f$ et $(\Delta)$ la droite d'équation $y = x+1$ dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1 pt** **a)** Montrer que : $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x}\,dx = \frac{1}{2}(\ln(2))^2$

**0.75 pt** **b)** En déduire l'aire de la partie hachurée.




## Exercice 3 : (4.5 points) (On donnera les résultats sous forme de fraction)

Une urne contient six jetons rouges portant les numéros $1,2,2,2,3,3$ et quatre jetons verts portant les numéros $2,2,2,3$ (Toutes les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément au hasard trois jetons de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : « Les jetons tirés portent le même numéro »

B : « Les jetons tirés sont de même couleur »

**0.5 pt** **1 -** Montrer que le nombre de tirages possible est égal à 120.

**0.75 pt** **2 - a)** Montrer que $p(A) = \dfrac{7}{40}$.

**0.75 pt** **b)** Calculer $p(B)$.

**1 pt** **c)** Calculer la probabilité de tirer trois jetons de même couleur sachant qu'ils portent le même numéro.

**0.5 pt** **d)** Les événements $A$ et $B$ sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

**3 -** Soit $X$ la variable aléatoire qui correspond au nombre de couleurs obtenues à chaque tirage.

**1 pt** Calculer $p(X=1)$ *et* $p(X=2)$.

FIN

Yassine Elamri



Toda yesterday, tomorrow better than today