2023/2024
Yassine Elamri

devoir surveillé n°1

Classe: 2BACSE
https://steinmath.com

Fonction Exponentielle-les integrales

Exercice 1

Partie 1

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = e^x - x$

1 Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.(1pt)

2 Etudier le signe de g' sur $\mathbb{R}$. (0.5pt)

3 Calculer $g(0)$ et Desser le tableau de variation de g (les limites ne sont pas demandées).(0.5pt)

4 Déduisez des questions précédentes que $g(x) \geq 1$ sur $\mathbb{R}$.(1pt)

Partie2

On considère la fonction f définie pour tout réel x sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = (1+x)e^{-x} + (x-1)$.
On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1 Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et Calculer $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.(2pts)

2 Donner une interprétation géométrique du résulta obtenu(0.5pt)

3 Montrez que $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ puis calculez $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (x-1)]$.(2pts)

4 Montrez que la droite $(D) : y = x - 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.(1pt)

5 Montrez que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.(1pt)

6 En utilisant les résultats de la première partie, Déterminez le signe de f',puis dressez le tableau de variations de la fonction f.(1pt)

7 Résoudre $f(x) = x - 1$ et déduire les cordonnées du point d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ et (D) d'équation : $y = x - 1$.(1pt)

8 Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = e^{-x}(x-1)$(1pt)

9 Montrez que$(\mathcal{C}_f)$admet un point d'inflexion dont on determinera les coordonnées. (1pt)

10 Tracez la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et (D) dans $(O;\vec{i};\vec{j})$,unité 1cm(1.5pts)

11 En utilisant l'integral par partie Montrez que $\int_{-1}^{1}(1+x)e^{-x}dx = e - \frac{3}{e}$ (1pt)

12 Déduire par cm^2 la surface de la partie entre $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (D) et les deux droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$ (1pt)

Exercice 2

1 calculez : $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x - x}{e^x + x^2}$(1pt)
$\lim_{x\to+\infty} e^{\frac{ln(e^x+1)}{e^x}}$ (1pt)

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation: $t^2 - t + 2 = 0$(1pt)

3 En déduire dans l'intervalle $\mathbb{R}$ les solutions des équations suiantes:**Bonus**
a)$(e^x - \sqrt{2})(e^x + \sqrt{2}) + e^x = 0$
b)$(10^x + 1)^2 = 10^x + 3$

Bon courage

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today