ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Mathématiques
Session : Normal juin 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Mathématiques A et B**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **4 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Structures algébriques** ..... **3,5 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** ..... **3,5 points**
— Exercice 3 : **Arithmétiques** ..... **3 points**
— Exercice 4 : **Analyse** ..... **6,25 points**
— Exercice 5 : **Analyse** ..... **3,75 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3,5 pts)

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

On munit l'ensemble $I =]0, +\infty[$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$(\forall (a,b) \in I \times I) \quad a * b = e^{\ln(a)\cdot\ln(b)}$$

0,5 pt **1 -** Montrer que la loi $*$ est commutative et associative sur I.

0,25 pt **2 -** Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre ε dans I que l'on déterminera .

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $(I\backslash\{1\}, *)$ est un groupe commutatif . ($I\backslash\{1\}$ désigne l'ensemble I privé de 1)

0,25 pt **b)** Montrer que $J =]1, +\infty[$ est un sous-groupe de $(I\backslash\{1\}, *)$.

4 - On munit I de la loi de composition interne $\times$($\times$ est la multiplication dans $\mathbb{R}$)

0,25 pt **a)** Montrer que la loi $*$ est distributive par rapport à la loi x.

0,5 pt **b)** Montrer que $(I, \times, *)$ un corps commutatif .

PARTIE 2 : On considère la matrice : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

0,5 pt **1 -** Calculer A^2 et A^3.

0,5 pt **2 -** En déduire que la matrice A est non inversible.

Exercice 2 : (3,5 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct$(O, \vec{u}, \vec{v})$.

0,25 pt **1 - a)** Déterminer les deux racines carrées du nombre complexe $(3 + 4i)$.

0,5 pt **b)** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) : \quad 4z^2 - 10iz - 7 - i = 0.$$

2 - Soient a et b les solutions de l'équation (E) avec $\mathrm{Re}(a) < 0$ et soient les deux points A et B d'affixe respectifs a et b dans le plan complexe .

0,25 pt **a)** Vérifier que : $\dfrac{b}{a} = 1 - i$.

0,75 pt **b)** En déduire que le triangle AOB est rectangle et isocèle en A.

3 - Soient C un point d'affixe c du plan différent du point A et D l'image du point B par la rotation de centre C et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$; et soit L l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$

0,5 pt **a)** Déterminer c en fonction de d tel que d est l'affixe du point D.

0,5 pt **b)** Déterminer en fonction de c le nombre complexe l l'affixe du point L.

0,75 pt **c)** Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\left(\dfrac{l - c}{a - c}\right)$, En déduire la nature du triangle ACL .

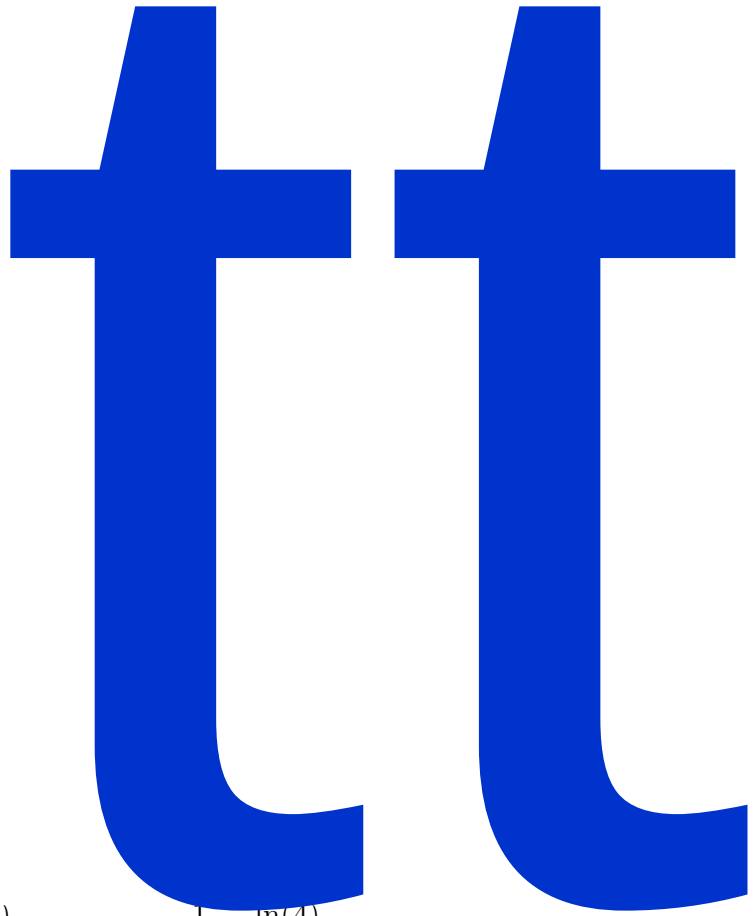
Yassine Elamri

Exercice 3 : (3 pts)

1 pt

1 - Déterminer tous les nombres entiers naturels m tels que : $m^2 + 1 \equiv 0[5]$.

2 - Soit p un nombre premier tel que $p = 3 + 4k$ où k est un nombre entier naturel .



0,25 pt **b)** Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$.

0,5 pt **c)** En déduire que : $l = 1$.

https://steinmath.com day better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice 5 : (3,75 pts)

On considère la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $F(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\ln(1+t^2)} dt$.

0,25 pt **1 -** Montrer que F est impaire .

2 - Pour tout réel x de l'intervalle $]0$

0,25 pt **a)** Vérifier que : $(\forall x > 0) \quad F(x)$

0,5 pt **b)** Montrer que F est dériva $x > 0$.

0,5 pt **c)** En déduire le sens de variatio

0,5 pt **3 - a)** En utilisant le théorème des a

$(\forall x > 0)(\exists$

0,25 pt **b)** En déduire que : $(\forall x > 0) \quad \frac{}{1}$

0,75 pt **c)** Déterminer les limites suivant

0,75 pt **d)** Montrer que : $F(\sqrt{e-1}) <$ l'équation $F(x) = x$ admet u

htt

Yassi

https://steinmath.com er than yesterday, tomorrow better than today