2023/2024
Yassine Elamri

devoir surveillé n°1

Classe: 2BACSE
https://steinmath.com

Fonction Logarithme - Exponentielle

NB: Il sera tenu compte la rédaction ,la rigueur et la présentation des copies

Exercice 1

Partie 1

g est la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par: $g(x)=x^3-1+2ln(x)$

1. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe sur $]0;+\infty[$(1pt)
2. Dressez le tableau de variations de g,(les limites ne sont pas demandées). (1pt)
3. calculez $g(1)$(0.5pt)
4. Déduisez des questions précédentes le signe de la fonction $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.(1pt)

Partie2

On considère la fonction f définie pour tout réel x sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par: $f(x)=x-3-\frac{ln(x)}{x}$.
On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Calculez $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to 0^+} f(x)$.(1.5pts)
2. Montrez que la droite (D) d'équation $y=x-3$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.(1pt)
3. Y a-t-il une autre asymptote à $(\mathcal{C}_f)$? si oui donnez son équation.(1pt)
4. Montrez que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.(1pt)
5. En utilisant les résultats de la première partie; Déterminez le signe de f',puis dressez le tableau de variations de la fonction f.(2pts)
6. étudiez la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (D).(1pt)
7. Tracez la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et (D)(2pts)
8. Soit H la foction définie sur $]0;+\infty[$ par $H(x)=\frac{x^2-6x-(ln(x))^2}{2}$. Montrez que la fonction H est une primitive de f sur $]0;+\infty[$(1pt)

Exercice 2

1. calculez : $\lim_{x\to+\infty} xln(\frac{x+2}{x})$ et $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-ln(x)}{x}$ (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation: $t^2-t-2=0$(1pt)
3. En déduire dans l'intervalle $]0;+\infty[$:
4. (a) les deux solutions de l'équation $(ln(x))^2-ln(x)-2=0$(1pt)
   (b) L'ensemble des solutions de l'inéquation $(ln(x))^2-ln(x)-2\leq 0$(1pt)
5. résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation et l'équation suivante:(2pts)
   $\exp(2x+3)-\exp(-2x+9)>0$ et $\exp(2x)+4\exp(x)-5=0$

Bon courage

Indication: $A(0.37;0)$ et $B(3.36;0)$; $(f^2)'=2f\times f'$

Today better than yesterday, tomorrow better than today
Yassine Elamri