2023/2024
Yassine Elamri

devoir surveillé n°1

Classe: 2BACSE
https://steinmath.com

Les Suites - Les primitives

NB: Il sera tenu compte la rédaction ,la rigueur et la présentation des copies

Exercice 1

(U_n) est la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$

1 Démontrez par récurrence que: $\forall \in \mathbb{N}; U_n \leq 3$ (1pt)

2 Montrer que la suite (U_n) est croissante, et Déduire quelle est convergente (1.5pts)

3 On pose $\forall \in \mathbb{N}$; $V_n = U_n - 3$

- **a** Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ (1pt)
- **b** calculer V_0 et écrivez V_n en fonction de n .(1pt)
- **c** Déduire que $\forall \in \mathbb{N}$; $U_n = 3 - 2 \times (\frac{1}{3})^n$ (0.75pt)
- **d** calculer $\lim U_n$ (0.75)
- **e** Calculez la somme suivante: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + V_{20}$ (1pt)

Exercice 2

(U_n) est la suite numérique définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{-36}{U_n - 12}$ $\forall \in \mathbb{N}$; on considère la fonction numérique définie sur l'intervalle $I = [0; 6]$ par : $f(x) = \frac{-36}{x-12}$.

1 Montrer que f est croissante sur I. et déterminer $f(I)$.(1.5pts)

2 Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur I .(1pt)

3 Montrez que $\forall \in \mathbb{I}$: $f(x) \geq x$ sur I.(1pt).

4 Démontrez par récurrence que : $\forall \in \mathbb{N}$: $0 \leq U_n \leq 6$. (1.5pts)

5 Montrez que U_n est croissante et déduire qu'elle est convergente. (1.5pts)

6 Déduire : $\lim U_n$. (0.5pt)

Exercice 3

$I)$ f est la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 16x + 22}{(x-4)^2}$.

1 Trouver deux nombres a et b tels que : $2x^2 - 16x + 22 = a(x-4)^2 + b$ (1pt)

2 En déduire une nouvelle expression de $f(x)$.(1pt)

3 Trouver la primitive de f qui vérifier $F(5) = 10$ (2pt)

$II)$ −Déterminer la primitive de la fonction $g(x) = (3x+1)\sqrt{3x-1}$ qui est vérifier : $G(0) = \frac{17}{15}$.(2pts).

Bon courage

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Yassine Elamri