Exercice 1

(Ces questions sont indépendantes)

1 Déterminer le domaine de définition de la fonction suivante: $f(x) = \dfrac{\ln|x-2|}{x}$

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante: $\ln(x+1)+\ln(x+3) = \ln(6x+19)$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante: $\ln(x-4)-\ln(2x-3) \leq 0$

4 Calculer les limites suivantes:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right)\right] \quad \lim_{x\to-\infty} 2\ln\left(\frac{1}{1+\sqrt{1-x}}\right)$$
$$\lim_{x\to-\infty}(x+1-\ln(1-x)) \quad \lim_{x\to+\infty}\left[\ln\left(\frac{(x+1)^2}{x-1}\right)\right]$$

Exercice 2

On pose pour tout complexe z; $f(z) = z^3-12z^2+48z-128$

1 vérifier que le nombre 8 est solution de l'équation $f(z)=0$.

2 Déterminer les nombres complexes a et b tels que: $f(z) = (z-8)(z^2+az+b)$

3 En déduire les solutions de l'équation $f(z)=0$.

4 Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2-2i\sqrt{3}$, $z_B = 2+2i\sqrt{3}$ et $z_C = 8$

(a) Écrire sous forme trigonométrique les nombres z_A, z_B et z_C.

(b) Calculer les distances: BC et AC.

(c) Montrer que $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C} = \dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ puis en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)$

(d) En déduire la nature du triangle ABC

Exercice 3

Parie A

On considère la fonction g définie par: $f(x) = 2x^2+1-\ln x$

1 Étudier les variations de la fonction g puis dresser son tableau de variations.

2 En déduire le signe de g.

Parie B

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x-2+\dfrac{\ln x}{x}$

Yassine Elamri

1 Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f puis calculer ses limites aux bornes de D_f.

(a) Étudier les branches infinies de la courbe (C_f).

(b) Étudier la position de la courbe par rapport a son asymptote oblique.

2 Montrer que: $(\forall x > 0) \qquad f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

3 Dresser le tableau de variations de la fonction f

4 Tracer (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

On admet que (C_f) admet un point d'inflexion $A(4.7;7.3)$

Yassine Elamri