2023/2024 — Yassine Elamri

devoir surveillé n°1

Classe: 2BACSE — https://steinmath.com

Etude de Fonction

NB: Il sera tenu compte la rédaction ,la rigueur et la présentation des copies

Exercice 1

Partie I)- on considère g la fonction numérique définie par : $g(x) = x - 3 + \sqrt{x-1}$

1 Déterminer le domaine de définition de g (0.5pt)

2 Calculer $lim_{x\to\infty} g(x)$(0.5pt)

3
- **a** Montrer que g n'est pas dérivable en x_0 à droite (1pt)
- **b** Montrer que $\forall x > 1$: $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ (1pt)
- **c** Montrer que g est croissante sur D_g (1pt)

4
- **a** calculer $g(2)$ (0.5pt)
- **b** Montrer que $\forall x \in [2;+\infty[$: $g(x) \geq 0$ et que $\forall x \in [1;2]$: $g(x) \leq 0$ (1.5pts)

5
- **a** Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} et déterminer $D_{g^{-1}}$ (1pt)

Parti II)-soit f la fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{6-3x-2\sqrt{x-1}}{3(x-1)^2}$ et soit (C_f)la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 Calculer $lim_{x\to 1^+} f(x)$ puis interpréter le résultats graphiquement (1.5pts)

2
- **a** Montrer que $\forall x > 1$: $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{3(x-1)\sqrt{x-1}} - \frac{1}{x-1}$ (1pt)
- **b** Calculer $lim_{x\to+\infty} f(x)$ puis interpréter le résultats graphiquement (2pts)

3
- **a** Montrer que $(\forall x > 1)$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$ (1pt)
- **b** Montrer que f est croissante $\forall x \in [2;+\infty[$ et décroissante $\forall x \in]1;2]$ (1pt)

4 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $]1;2[$ et que $\frac{5}{4} < \alpha < 2$ (1.5pts)

5 Soit h la restriction de f sur lintervalle $]1;2[$
- **a** Montrer que h admet une fonction résiproque h^{-1} et déterminer $D_{h^{-1}}$ (1pt)
- **b** Montrer que $(h^{-1})'(0) = \frac{-2(\alpha-1)^3}{\alpha}$ (1pt)

6 Tracer C_f et $C_{h^{-1}}$ dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$(2pts)

NB: $f(2) = \frac{-2}{3}$; $f(\frac{5}{4}) = \frac{20}{3}$;$(\sqrt{x-1})' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$; $((x-1)^2)' = 2(x-1)$; $A(2;-0.67)$;$B(1.52;0)$ et $h(\alpha) = 0$

Yassine Elamri