Exercice 1 :

ABC est un triangle et G le barycentre du systéme pondéré $\{(A;2);(B;3);(C;-1)\}$.

1. Montrer que : $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ et construire le point G.
2. soit K un point définie par $5\overrightarrow{AK}=3\overrightarrow{AB}$.
   (a) Montrer que $K=\text{bary}\{(A;2);(B;3)\}$.
   (b) Montrer que $G=\text{bary}\{(K;5);(C;-1)\}$.
   (c) Déduire que G, K et C sont des points alignés .
3. soit H le barycentre du système pondéré $\{(B;3);(C;-1)\}$.
   (a) Montrer que G est le milieu du segment $[AH]$.
   (b) Déduire les droites (AH) et (KC) sont sécantes en G.
4. Déterminer l'ensemble des points M tel que :

$$\frac{5}{4}\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|$$

Exercice 2 :

Dans le plan (P), on considère les points $A(3;2)$ et $B(5;4)$ et $C(1;4)$.

1. (a) Calculer BA, BC et $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$.
   (b) Calculer $\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ et $\sin(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$
   (c) Déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}})$
2. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et déduire que ABC est un triangle rectangle et isocèle.

Exercice 3 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j})$. On considère les points $A(1;2)$ et $B(3;4)$.

1. soit (C) l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=3$
   (a) Vérifier que (C) est un cercle d'équation cartésienne : $x^2+y^2-4x-6y+8=0$.
   (b) Montrer que le centre du cercle (C) est $\Omega(2;3)$ et de rayon $R=\sqrt{5}$.
2. soit (D) une droite d'équation $x-y-2=0$.
   (a) Calculer la distance de point Ω à la droite (D).
   (b) en déduire que la droite (D) coupe le cercle (C) en deux points puis déterminer leur coordonnées.
3. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} x-y-2\geq 0 \\ x^2+y^2-4x-6y+8\leq 0 \end{cases}$$

Yassine Elamri