ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences & Technologies

Session : normal juillet 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences & Technologies**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** ..... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** ..... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** ..... **3 points**
- Exercice 4 : **Suites numériques** ..... **3 points**
- Exercice 5 : **Étude d'une fonction numérique et calcul d'intégral** ..... **8 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans le l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, les points $A(-1,0,3)$, $B(3,0,0)$ et $C(7,1,-3)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$

htt

1 pt **b)** Montrer que $P(X=2)=\frac{}{10}$ et $P(X=0)=\frac{}{6}$

0.75 pt **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

https://steinmath.c
Today better than yesterday, tomorrow better than toda

Exercice 4 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= \dfrac{3u_n - 1}{2u_n} \end{cases}$$

0.75 pt **1 -** Montrer, par récurrence, que : $u_n - 1 > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$

2 - On considère la suite numérique (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

a) Montrer que : (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et en déduire que $v_n = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ **1 pt**

b) Montrer que : $u_n = \dfrac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ et en déduire que : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ **0.75 pt**

3 - Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$ sachant que (w_n) est la suite numérique définie par : $w_n = \ln(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ **0.5 pt**

Exercice 5 : (8 pts)

I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 + 4x\mathrm{e}^{2x}$

0.5 pt **1 -** Montrer que : $g' = 4(2x+1)\mathrm{e}^{2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

2 - Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ est décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$ **0.5 pt**

0.5 pt **3 - a)** Montrer que : $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 1 - \dfrac{2}{\mathrm{e}}$ et vérifier que $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) > 0$

0.25 pt **b)** En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

II) Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{2x} + x + 1$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j})$ $\quad (\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 2cm)$

1 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ (On rappelle que : $\lim\limits_{u\to-\infty} u\mathrm{e}^u = 0$)

2 - Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ **0.75 pt**

3 - a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de l'axe des ordonnées **0.75 pt**

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x+1$ est un asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$ **0.5 pt**

c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (Δ) et la courbe (C) puis montrer que la courbe (C) est en-dessous de la droite (Δ) sur l'intervalle $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right[$ et qu'elle est au-dessus de la droite (Δ) sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{2};-\infty\right[$ **0.5 pt**

4 - a) Montrer que $y = x$ est une équation de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O **0.25 pt**

Today https://steinmath.com rday, tomorrow better than today

Yassine Elamri

b) Montrer que la courbe (C) possède un point d'inflexion d'abscisse $-\frac{1}{2}$ (la détermination de l'ordonnée du point d'inflexion n'est pas demandée) **0.25 pt**

5 - Construire les deux droites (Δ) et (T) et la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ **0.75 pt**

6 - a) On utilisant une intégration par partie, montrer que : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$ **1 pt**

b) Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (T) et les deux droites des équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$ est $(6 - 2e)cm^2$ **0.5 pt**

FIN

Yassine Elamri

Toda yesterday, tomorrow better than today