Exercice 1 :

1. Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes en justifiant la réponse. (1.5pt)

$$P : (\sqrt{4}+\sqrt{1}=\sqrt{4+1} \text{ et } \pi \epsilon \mathbb{Z}) \text{ et } Q : \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}<\sqrt{5} \text{ ou } \sqrt{(-2)^2}=2\right)$$

2. on considère la proposition suivante : $(R) : (\forall x \in \mathbb{R})\,[x^2 = 25 \Rightarrow x = 5]$

   (a) - Donner la négation de la proposition R. (1pt)

   (b) - En déduire que la proposition R est fausse. (1pt)

3. En utilisant le raisonnement par contraposée, Montrer que : (1.5pt)

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y \neq x \text{ et } x+y \neq 1) \Rightarrow \left(\sqrt{x^2-x+1} \neq \sqrt{y^2-y+1}\right)$$

4. En utilisant le raisonnement par récurrence, Montrer que : (2pt)

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : 1+7^1+7^2+\cdots\cdots+7^n = \frac{7^{n+1}-1}{6}$$

Exercice 2 :

Soit v une fonction numérique définie par :

$$v(x) = \frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$$

1. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2-4x+8 > 0$, et déduire D_v domaine de définition de la fonction v. (1.5pt)

2. Montrer que la fonction v est minorée par $\frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}$. (1pt)

3. Est ce que $v(2)$ est la valeur minimale de la fonction v sur $\mathbb{R}$? (0.5pt)

Exercice 3 :

Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 \text{ et } g(x) = \sqrt{x+2}$$

Et soient (C_f) **et** (C_g) les courbes respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Vérifier que $f(2) = g(2)$, puis interpréter le résultat graphiquement . (0.75pt)

2. Dresser le tableau de variations de f et g. (2pt)

3. (a) -Construire les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (2pt)

   (b) - Résoudre graphiquement l'inéquation $x^3 \leq 4\sqrt{x+2}$. (1pt)

   (c) - Déterminer graphiquement $f([-2;+\infty[)$. (0.75pt)

4. (a) -Déterminer D_{gof}. (1pt)

   (b) Étudier les variations de la fonction gof à partir des variations des fonctions f et g sur $[-2;+\infty[$. (1.5pt)

   (c) Calculer $(g \circ f)(x)$ pour tout $x \in D_{gof}$. (1pt)

Yassine Elamri