Exercice 1

1 On considère la proposition suivante : $P : (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + x - 2 = 0$

(a) Donner la négation de cette proposition

(b) En utilisant le raisonnement par contre exemple , montre que la proposition P est fausse

2 En utilisant le raisonnement par récurrence Montre que $(\forall x \in \mathbb{R}); 1 + 6 + 6^2 + ... + 6^n = \dfrac{6^{n+1} - 1}{5}$

3 En utilisant le raisonnement par la contra-posée pour montre que :

(a) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); x \neq y \Rightarrow (x-1)(y+1) \neq (x+1)(y-1)$

(b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); (x \neq y et xy \neq 1) \Rightarrow \dfrac{x}{x^2+x+1} \neq \dfrac{y}{y^2+y+1}$

4 Montrer que $(\forall a \in \mathbb{R}^+); \sqrt{2a+2} - \sqrt{a} = 1 \Leftrightarrow a = 1$

5 En utilisant le raisonnement par absurde pour montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); \frac{n-3}{n-2} \neq 1$

6 Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); 4/n^2 ou 4/n^2 - 1$

Exercice 2

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 2|x| + 3$$

1 Montrer que f est une fonction pair .

2 Montrer que f est minoré par 2.

3 (a) Montrer que f croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle [0;1[.

(b) Déduire la variation de fonction f sur les intervalles $]-\infty; -1]$ et $]-1; 0]$

4 Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2|x| + 3}$$

Utilise la propriété de composition de deux fonctions pour Etudier la variation de g sur $[0; +\infty[$ et [0;1[.

Yassine Elamri