ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juillet 2014

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

l'éprouve est composée de 5 exercices

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'éspace** ..... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** ..... **3 points**
- Exercice 3 : **Suites numérique** ..... **3 points**
- Exercice 4 : **Calcule des probabilités** ..... **3 points**
- Problème : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** ..... **8 points**

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé directe $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ les points $A\,(0,3,1)$, $B\,(-1,3,0)$ et $C\,(0,5,0)$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$$

1 - a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ et en déduire que les point A , B pas alignés. **0,75 pt**

b) Montrer que $2x - y - 2z + 5 = 0$ est une équation cartésienne du plan $(A$ **0,5 pt**

2 - a) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega\,(2,0,0)$ et son rayon **0,5 pt**

b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) **0,75 pt**

c) Déterminer le triplet de coordonnées de H point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) **0,5 pt**

htt

Exercice 2 : (3 pts)

1 - Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe $\mathbb{C}$, l'équation : **0,75 pt**

$$z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$$

2 - On considère le nombre complexe : $u = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{6}}{2}i$.

a) Montrer que le module de u et $\sqrt{2}$ et que $argu \equiv \dfrac{\pi}{3}\,[2\pi]$ **0,5 pt**

b) En utilisant la forme trigonométrique du nombre u, montrer que u^6 est un nombre réel. **0,75 pt**

3 - On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ les deux points A et B d'ffixes respectives a et b tel que : $a = 4 - 4\sqrt{3}i$ et $b = 8$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'afffixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

a) Exprimer z' en fonction de z **0,5 pt**

b) Vérifier que B est l'image de A par la rotation R et en déduire que le tringle OAB est équilatéral. **0,5 pt**

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la suite (U_n) numérique définie par :

$$U_0 = 13 \quad \text{et} \quad U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 7 \quad \text{pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

1 - Montrer par récurrence que $U_n < 14$ pour tout n de $\mathbb{N}$. **0,75 pt**

2 - Soit (V_n) la suite numérique telle que $V_n = 14 - U_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et exprimer V_n en fonction de n **1 pt**

https://steinmath.com an yesterday, tomorrow better than today

Yassine EI

0,75 pt **b)** En déduire que $U_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite U_n

0,5 pt **c)** Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n > 13.99$.

Exercice 4 : (3 pts)

Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher portants les nombres :

0,0,0,0,0,1,1,1,1

1 - On tire au hasard, simultanément, deux jetons du sac.

Soit A l'évenment : " La somme des nombres portés par les deux jetons tirés est égale à 1"

1 pt Montrer que $p(A) = \frac{5}{9}$.

2 - On considère le jeu suivant : Saïd tire au hasard, simultanément, deux jetons du sac et il est considéré gagnant s'il tire deux jetons portant chacun le nombre 1

1 pt **a)** Montrer que la probabilité pour que Saïd gagne est $\frac{1}{6}$

b) Saïd a joué le jeu précédent trois fois (Saïd remet à chaque fois les deux jetons tirés dans le sac)

1 pt Quelle est la probabilité pour que Saïd gagne exactement deux fois.

Problème : (8 pts)

Partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

1 - Montrer que : $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ pour tout x de $]0;+\infty[$ et en déduire que la fonction g et

0,5 pt croissante sur $]0;+\infty[$

2 - Vérifier que $g(1) = 0$ puis en déduire que $g(x) \leqslant 0$ pour tout x de $]0;1]$ et que $g(x) \geqslant 0$ pour

0,75 pt tout x de $[1;+\infty[$

Partie II : On considéré la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = (1+\ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$$

et soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unité $1cm$)

0,5 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et donner une représentation géométrique de ce résultat.

0,25 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(1+\ln x)^2}{x} = 0$ $(on \ \ pourra \ \ poser \ \ t = \sqrt{x})$ puis montrer que

1 pt $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

0,25 pt **c)** Déterminer la branche infinie de $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$

3 - a) Montrer que $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$ puis en déduire que la fonction f est

1,5 pt décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$

Yassine Elamri

Toda n yesterday, tomorrow better than today

1 pt

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ puis en déduire que $f(x) \geqslant 2$ pour tout $x \in]0;+\infty[$

0.75 pt

4 - Construire $(\mathcal{C})$ dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$(on admettra que la courbe $(\mathcal{C})$ possède un seul point d'inflexion que l'on ne demande pas de déterminer).

htt

FIN

https://steinmath.co
Today better than yesterday, tomorrow better than tod