Statistiques

Activité

On a interogé un groupe d'élèves sur le nombre de romans qu'ils ont lus pendant les vacances d'été

Les résultats sont les suivants : 5 ; 5 ; 1 ; 3 ; 5 ; 2 ; 2 ; 1

1 a Représenter cette série statistique par un tableau des effectifs en classant les valeurs dans l'ordre croissant

b Combien y a-t-il d'élèves dans ce groupe ?

2 Déterminer le nombre d'élèves qui ont lu au plus (au maximum) 3 romans

↦ Ce nombre est appelé l'effectif cumulé de la valeur 3

3 Quelle est la proportion d'élèves ayant lu exactement 2 romans ?

↦ Ce nombre est appelé la fréquence de la valeur 2

↦ La fréquence de la valeur 2, est le quotient de son effectif par l'effectif total

4 a Calculer la proportion d'élèves ayant lus au maximum 3 romans

↦ Cette proporton est appelée la fréquence cumulée de la valeur 3, c'est le quotient de l'effectif cumulé de la valeur 3 par l'effectif total

b Vérifier que la fréquence cumulée de la valeur 3 est la somme des fréquences des valeurs 1, 2 et 3

I Définitions

Définition

① L'étude statistique : l'étude d'un phénomène ou d'une caractéristique qui caractérise les membres d'un groupe

② La population statistique : c'est l'échantillon ou l'ensemble soumis à l'étude statistique et chaque membre de cette population s'appelle un individu ou une unité statistique

③ Le caractère : c'est le phénomène étudié qui est une propriété qu'on peut observer ou mesurer et on a deux types de caractère

★ Caractère quantitatif : caractère qu'on peut exprimer par des nombres (le nombre d'enfants, les notes, les âges, les pages, les longueurs, les poids, . . .)

★ Caractère qualitatif : caractère qu'on ne peut pas exprimer par des nombres (le sexe, la couleur, le type de voiture,. . .)

④ L'effectif : c'est le nombres d'individu qui ont la même valeur du caractère (nombres de répétition)

⑤ L'effectif total : c'est la somme de tous les effectifs

⑥ L'effectif cumulé : l'effectif cumulé d'une valeur du caractère est la somme des effectifs de cette valeur et de toutes les valeurs précédentes

⑦ La fréquence : la fréquence d'une valeur est le rapport de son effectif par l'effectif total

⑧ La fréquence cumulée : la fréquence cumulée d'une valeur est le rapport de son effectif

Yassine Elamri

https://steinmath.com

cumulé par l'effectif total N

⑨ Le pourcentage : c'est le produit de la fréquence par 100

on le note : $p_{\%} = \dfrac{\text{Effectifs cumulé}}{\text{Effectif total}} \times 100$

II Série statistique discontinue

• Exemple

A la fin de la correction d'un devoir, le professeur à inclus les notes dans le tableau suivants :

Caractère (Note sur 20)	5	8	10	12	15
Effectifs(Nombres d'élèves)	3	7	7	2	1

✸ Le caractère est la note (caractère quantitatif discret)
✸ L'effectif est le nombre d'élèves correspondant à chaque valeur du caractère
✸ L'effectif cumulé est la somme des effectifs $3+7+7+2+1=20$
Donc on a 20 élèves

1 Tableau des effectifs cumulés, fréquences et fréquences cumulées

Caractère (Note sur 20)	5	8	10	12	15
Effectifs(Nombres d'élèves)	3	7	7	2	1
Effectifs cumulés(Nombres d'élèves)	3	10	17	19	20
Fréquences (Note sur 20)	0.15	0.35	0.35	0.1	0.05
Fréquences cumulées (Note sur 20)	0.15	0.5	0.85	0.95	1

⚠

☆ $\text{Fréquence} = \dfrac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$

☆ $\text{Fréquence cumulée} = \dfrac{\text{Effectif cumulé}}{\text{Effectif total}}$

☆ la fréquence cumulée d'une valeur est la somme de sa fréquence et des fréquences des valeurs précédentes

☆ La fréquence cumulée de la dernière valeur d'une sèrie statistique ordonnée est égale à 1

2 La moyenne arithmétique

Activité

Amine et Rachid ont obtenu les notes suivantes sur 20 en Mathématiques au cours de l'année scolaire

Amine	10	12	14	15	10	8

Rachid	6	8	7	13	15	17

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1 a Calculer $\frac{10+12+14+15+10+8}{6}$ et interpréter le résultat obtenu

b Calculer la moyenne arithmétique de *Rachid*

2 Voici les notes, sur 20, obtenues par des élèves d'une classe de 2^e d'un collège lors d'un devoir surveillé : 14; 15; 12; 7; 10; 7; 12; 15; 15; 14; 12; 10; 7; 17; 12; 14; 14; 12; 17; 12

a Calculer l'effectif total de cette classe

b En utilisant la règle ci-dessus calculer la moyennes des notes de cette classe

3 On range les notes obtenus par les élèves de cette classe dans le tableau suivant en suivant l'ordre croissant

Notes	7	10	12	14	15	17
Nombres d'élèves	3	2	6	4	3	2

a Calculer $\frac{7\times3+10\times2+12\times6+14\times4+15\times3+17\times2}{30}$

b Comparer le résultat obtenu avec celle de la question $3-b)$

Définition

La moyenne arithmétique est le rapport, de la somme, de tous les produits de chaque valeur par son effectif, par l'effectif total

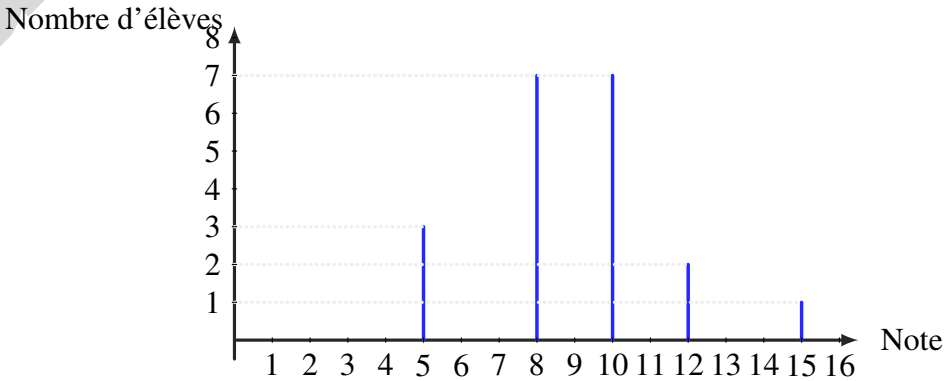
• Exemple

Dans l'exemple précédent, on a :

$$m = \frac{(5\times3)+(8\times7)+(10\times7)+(12\times2)+(15\times1)}{20} = \frac{180}{20} = 9$$

3 Représentation graphique

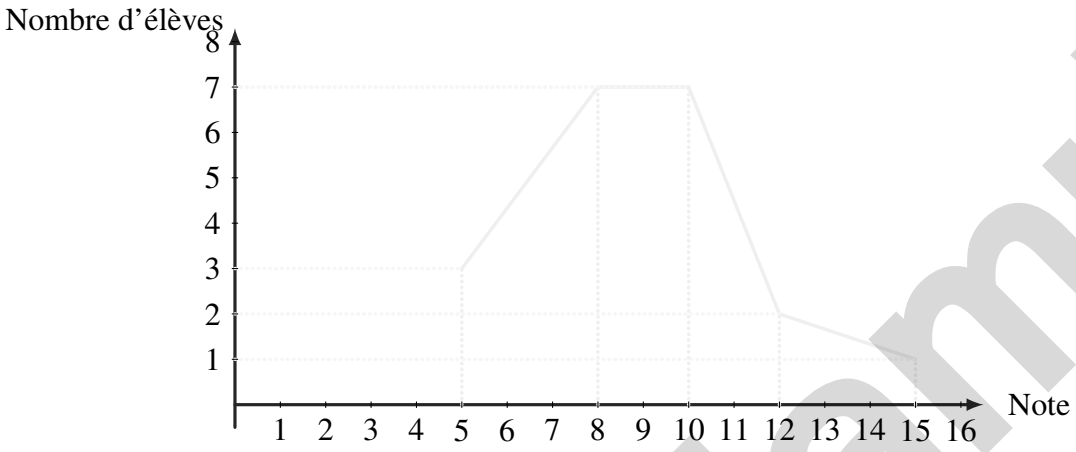
a Diagramme en bâtons



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

b Diagramme à lignes brisés



III Série statistique continue

• Exemple

une expérience à été menée sur 400 lampes pour déterminer la durée de de conservation en centaines d'heures et les résultats ont été les suivants :

Milieu de la classe : Si $a \leqslant x < b$ est une classe, alors son milieu est $\frac{a+b}{2}$

Classe (Durée (t))	$3 \leqslant t < 5$	$5 \leqslant t < 7$	$7 \leqslant t < 9$	$9 \leqslant t < 11$	$11 \leqslant t < 13$
Effectifs (Nombres de lampes)	15	46	54	78	64
Milieu de la classe	4	6	8	10	12

1 Moyenne arithmétique

Règle

La moyenne arithmétique est le rapport, de la somme, de tous les produits de chaque milieu de classe par son effectif, par l'effectif total, on le note m

• Exemple

Dans l'exemple précédent, on a :

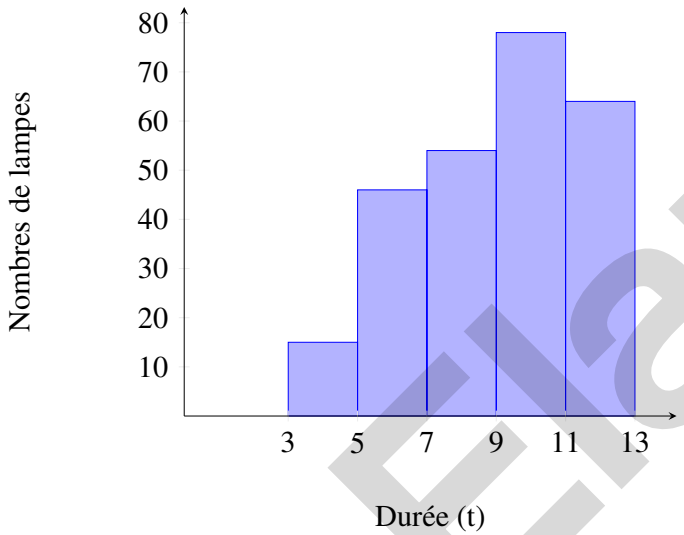
$$\mathrm{m} = \frac{(4\times 15)+(6\times 46)+(8\times 54)+(10\times 78)+(12\times 64)}{400} = \frac{2316}{400} = 5.79$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Histogramme

Pour la représentation graphique d'un caractère continu on utilise généralement un histogramme
Dans un repère orthogonal, on porte en abscisse, les valeurs des bornes des intervalles (selon l'unité choisis), puis pour chaque classe, on trace un rectangle de longueur l'effectif de cette classe



Remarque

- On appelle la moyenne arithmétique aussi la valeur moyenne
- fréquence $= \dfrac{\text{Effectif}}{\text{Effectif totale}}$
- fréquence cumulée $= \dfrac{\text{Effectif cumulé}}{\text{Effectif totale}}$

Les représentations importantes :

Diagramme en bâtons :
Dans un repère orthogonal, pour chaque valeur de la série statistique, on trace un trait vertical dont la hauteur est proporionnel à l'eefectif

Diagramme à lignes brisés(courbe polygonal) :
La courbe polygonale est obtenue en joignant, par des segments, les points dont l'abscisse est une valeur de la série statistique et dont l'ordonnée est l'effectif correspondant à cette valeur

Histogramme :
Principalement utilisé si le caractère est continu (en classes)

Diagramme circulaire :
Un diagramme circulaire est un diagramme qui a la forme d'un disque décomposé en secteurs dont les mesures des angles sont proportionnelles aux efectifs (et également aux fréquences)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

$$\begin{aligned}\text{Mesure de l'angle} &= \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}} \times 360^\circ \\ &= \text{fréquence} \times 360^\circ \\ &= \frac{\text{Pourcentage}}{100} \times 360^\circ\end{aligned}$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today