Produit vectoriel dans ϑ_3

Série d'exercices

Exercice

1 Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs de l'espace orienté tels que : $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}\| = 4$ et $\left(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$.
Calculer $\|\overrightarrow{v}\|$.

2 Soit $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ deux vecteurs de l'espace orienté tels que : $\|\overrightarrow{a}\| = 4$ et $\left\|\overrightarrow{b}\right\| = 9$ $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 18\sqrt{3}$.
Calculer $\left\|\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b}\right\|$.

Exercice

1 On considère les vecteurs : $\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$; $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$.
Déterminons les coordonnées du vecteur : $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{w}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$:

2 Dans l'espace $\mathscr{E}$ rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overrightarrow{k}\right)$, on considère les points : $A(1;2;3)$; $B(0;-1;2)$; $C(3;-2;1)$.
Calculer : $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC}$.

Exercice

Calculer l'aire du triangle ABC dans chacun des cas suivants :

1 $A(-1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(2;-1;0)$.

2 $A(2;1;-1)$; $B(0;4;1)$; $C(3;1;-2)$.

Exercice

1 Determiner une équation cartésienne du plan (ABC) dans chacun des cas suivants :

a $A(-1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(2;-1;0)$

b $A(1;3;5)$; $B(0;0;1)$; $C(1;3;5)$.

Yassine Elamri

2 On considère les deux points : $E(3;-1;1)$; $F(1;0;3)$. Déterminer une équation cartésienne du plan (OEF) .

Exercice

Calculer la distance du point M à la droite (Δ) dans chacun des cas suivants :

1 $M(3;2;1)$ et (Δ) : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ $(t \in \mathrm{R})$.

2 $M(3;-1;1)$ et (Δ) : $\begin{cases} x-y=1 \\ y+z=2 \end{cases}$

Exercice

Dans l'espace $\mathscr{E}$ rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points : $A(1;2;3)$; $B(3;0;-3)$; $C(5;2;6)$.

1 Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

2 Calculer la hauteur du triangle ABC issue de B .

3 Déterminer une équation cartésienne de (ABC) .

4 Calculer la distance du point O à la droite (AB) .

Exercice

Dans l'espace $\mathscr{E}$ rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points : $A(1;0;0)$; $B(0;1;0)$; $C(0;0;1)$.

1 a Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b Déterminer une équation cartésienne de (ABC) .

2 a Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par O et orthogonal à (ABC) .

b Déterminer l'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC) .

3 Soit $\mathscr{D}$ l'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{AM}\wedge\overrightarrow{BM} = \left(\sqrt{3}-1\right)\left(\vec{i}+\vec{j}\right)-\vec{k}$

a Montrer que le point $\Omega\left(1;1;\sqrt{3}-1\right)$ appartient a l'ensemble $\mathscr{D}$.

b En déduire que $\mathscr{D}$ et la droite passant par Ω et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

4 Soit $\mathscr{S}$ la sphère de centre Ω est de rayon $R = 1$.

a Montrer que les plans (ABC),(OAC) et (OBC) sont tangents a la sphère $\mathscr{S}$.

b Déterminer l'intersection de la sphère $\mathscr{S}$ et du plan (OAB) .

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today