La proportionnalité et la fonction affine

I La proportionnalité

1 Tableau de proportionnalité

Activité

Compléter les deux tableaux suivants
L : La longueur du coté d'un carrée
P : Le périmètre du carrée
A : L'aire du carrée

L (cm)	5	7	⋯	⋯
P (cm)	⋯	⋯	24	32

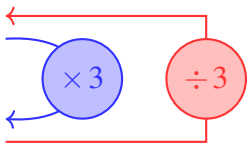
L (cm)	5	7	⋯	⋯
A (cm^2)	⋯	⋯	25	49

1. Le périmètre est-il proportionnel a la longueur du coté du carrée ? Justifier la réponse
2. L'aire est-elle proportionnelle a la longueur du coté du carrée ? Justifier la réponse
3. D'après ces deux situations, comment reconnait un tableau de proportionnalité ?

• Exemple

On considère le tableau suivant

2.5	3	4	7
7.5	9	12	21



On remarque que : $\frac{7.5}{2.5} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3$

✸ On dit que ce tableau représente une relation de proportionnalité
✸ Le nombre 3 s'appelle le coefficient de proportionnalité

Remarque

Si on représente les données de ce tableau dans un repère orthonormé , tel que les nombres de la première ligne se situent sur l'axe des abscisses, et ceux de la deuxième ligne sur l'axe des ordonnées, on trouve que tous les points sont alignés avec le centre du repère

Yassine Elamri

2 La quatrième proportionnelle

Activité

J'ai acheté $3Kg$ d'Orange à un prix de $15Dhs$
Quel est le montant que je vais payez pour acheter $2Kg$ de la même Orange ?

Définition

Soient a, b et c trois nombres rationnels
La valeur de x dans le tableau (ci-contre)
tel que : $\frac{x}{c} = \frac{b}{a}$
s'appelle la quatrième proportionnelle

a	c
x	b

• Exemple

Soit le tableau ci-contre
Déterminer la valeur de x

25	14.5
5	x

★ ***Méthode ❶ :*** La diagonale
On a $x = \frac{5 \times 14.5}{25} = 2.9$
★ ***Méthode ❷ :*** Coefficient de proportionnalité
On a $\frac{5}{25} = 0.2$
Donc 0.2 est le coefficient de proportionnalité

3 Le pourcentage

Activité

Dans un magasin et au moment des soldes, il y a 10% de réduction sur tous le articles

1. Calculer le montant de réduction sur un article qui coûte $200Dhs$
2. Un article a été acheté à $150Dhs$, quel était son prix avant la réduction ?

Définition

☆ Prendre $t\%$ de x, signifie multiplier x par $\frac{t}{100}$ ☆ Augmenter x de $t\%$, signifie multiplier x par $1 + \frac{t}{100}$ ☆ Diminuer x de $t\%$, signifie multiplier x par $1 - \frac{t}{100}$)

• Exemple

L'air que nous respirons, contient 21% d'Oxygène
Alors la quantité d'Oxygène que contiennent les 120000 litres d'air de notre salle de classe est : $\frac{21}{100} \times 120000 = 25200\text{l}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

4 L'echelle

Activité

Une chambre rectangulaire, sa longueur et sa largeur dans la conception sont successivement $5cm$ et $3cm$
Quelle est la longueur de cette pièce en fait, si vous savez que sa largeur est de $3m$

Définition

L'echelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le plan et les longueurs réelles

$$\text{e} = \frac{\text{Longueur sur le plan}}{\text{Longueur réelle}}$$

ou e est l'echelle

• Exemple

La distance réelle entre Casablanca et Rabat est $86.9Km$ et sur une carte est $7.2cm$
Déterminer l'echelle e de cette carte

5 La vitesse moyenne

Activité

Un automobiliste a parcouru $165Km$ en $1h30min$

1. Calculer la vitesse moyenne de l'automobiliste
2. Calculer la durée lorsque l'automobiliste a parcouru $275Km$

Définition

La vitesse moyenne v d'un mobile parcourant une distance d pendant une durée t est le quotient de d par t, et on note : $v = \frac{d}{t}$

• Exemple

Un cycliste a parcouru $60Km$ pendant $1h20min$

1. Quelle est la distance parcouru par ce cycliste pendant $1h30min$
2. Quelle est la durée nécessaire pour ce cycliste pour parcourir $135Km$
3. Déterminer la vitesse moyenne de ce cycliste

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

II La fonction linéaire

Activité

On considère le tableau suivant

x	-2	-1	0.5	1.5	1
y	-4	-2	-1	3	2
(x ;y)	A	B	C	D	E

1. Ce tableau représente-t-il une relation proportionnelle ? Justifiez votre réponse
2. Qu'est-ce que le coefficient de proportionnalité ?
3. Représenter les points A, B, C, D et E de coordonnées $(x;y)$ dans un repère
4. Que remarquez-vous sur ces points ?
5. Est-ce-que les points $M(\frac{1}{2};3)$ et $N(-3,-6)$ sont alignées avec les points A, b et C
6. Construire K la symétrique de A par rapport à O puis déterminer ses coordonnées

Définition

Soit a un nombre réel
La relation qui lit chaque nombre réel x avec le nombre ax s'appelle un fonction linéaire f de coefficient a, et on écrit : $f(x) = ax$
✸ Le nombre $f(x)$ s'appelle l'image de x
✸ Le nombre x s'appelle l'antécédent de $f(x)$

Remarque

Si f est un fonction linéaire de coefficient a

☆ $f(0) = 0$ ☆ $f(1) = a$ ☆ L'antécédent de y est $\frac{y}{a}$

EXEMPLES

On considère la fonction linéaire $f(x) = 3x$

1. Déterminer le coefficient de f
2. Calculer les images des nombres : 0, 1, 2, -3, $\frac{5}{3}$ et $\frac{-7}{6}$
3. Calculer les antécédents des nombres : 9, -12 et 15

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution

1 Le coefficient de la fonction f est 3

2
- ☆ $f(0) = 3 \times 0 = 0$
- ☆ $f(1) = 3 \times 1 = 3$
- ☆ $f(2) = 3 \times 2 = 6$
- ☆ $f(-3) = 3 \times (-3) = -9$
- ☆ $f(\frac{5}{3}) = 3 \times \frac{5}{3} = 5$
- ☆ $f(\frac{-7}{6}) = 3 \times \frac{-7}{6} = \frac{-7}{2}$

3
- ☆ On a $\frac{9}{3} = 3$ donc l'antécédent de 9 est 3, c'est à dire $f(3) = 9$
- ☆ On a $\frac{-12}{3} = -4$ donc l'antécédent de -12 est -4, c'est à dire $f(-4) = -12$
- ☆ On a $\frac{15}{3} = 5$ donc l'antécédent de 15 est 5, c'est à dire $f(5) = 15$

1 Coefficient d'une fonction linéaire

Propriété

Si f est fonction linéaire et x un nombre réel non nul
Alors, le coefficient de la fonction f est : $a = \frac{f(x)}{x}$

• Exemple

Soit f une fonction linéaire tel que : $f(-3) = 6$
Déterminer le coefficient de la fonction f et trouver $f(x)$

Solution

On a f est une fonction linéaire , donc son coefficient est $a = \frac{f(-3)}{-3}$

C'est à dire $a = \frac{6}{-3} = -2$
Et alors on a $f(x) = -2x$

2 Représentation graphique d'une fonction linéaire

Propriété

Soit $(O;I;J)$ est repère orthonormé
La représentation graphique d'une fonction linéaire f est une droite qui passe par O l'origine du repère et par le point Ą$1a$

Yassine Elamri

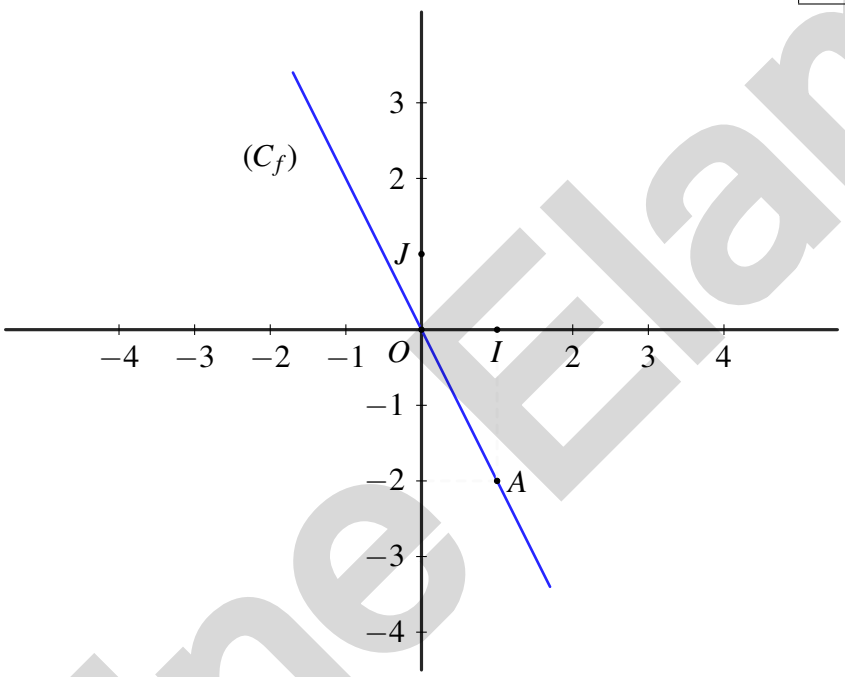
Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

On considère la fonction linéaire $f(x) = -2x$
On veut construire la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O;I;J)$
On a $f(0) = 0$ et $f(1) = -2$

on considère le tableau ci-contre
Donc la représentation graphique de le fonction f est une droite qui passe par les points Ç00 et Ą1−2

x	0	1
f(x)	0	-2



Remarque

- On a $f(1) = a$, donc la droite passe par le point Ą1a
- Le point Įxy appartient à la représentation graphique de la fonction f signifie que $f(x) = y$
- Pour trouver, graphiquement, l'image d'un nombre x par une fonction linéaire f, on trace la droite verticale, passante par le point d'abscisse x et qui coupera la représentation graphique de f dans un point d'ordonnée y tel que $y = f(x)$
- Pour trouver, graphiquement, l'antécédent d'un nombre y par une fonction linéaire f, on trace la droite horizontale, passante par le point d'ordonnée y et qui coupera la représentation graphique de f dans un point d'abscisse x qui est l'antécédent de y , c'est à dire $f(x) = y$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today