Introduction au nombres réels

I La racine carrée d'un nombre rationnels positif

Activité

1 Trouver un nombre rationnel positif x qui vérifie : $x^2 = \frac{81}{16}$

2 Trouver un nombre rationnel positif x qui vérifie : $x^2 = \frac{144}{9}$

3 Écrire sous forme d'une puissance les nombres suivants : 25 ; 36 et 121
- 5 s'appelle racine carrée de 25 et on écrit : $\sqrt{25} = 5$
- 6 s'appelle racine carrée de 36 et on écrit : $\sqrt{36} = 6$
- 11 s'appelle racine carrée de 121 et on écrit : $\sqrt{121} = 11$

4 En utilisant la calculatrice compléter le tableau suivant :

a	4	3	7	9
a^2	...	...	...	...
$\sqrt{a}$	...	...	...	...

Que remarques-tu ?

1 Définition

Définition

Si a un nombre rationnel positif, alors il existe un nombre réel x tel que $x^2 = a$
Le nombre x s'appelle la racine carrée du nombre a et on écrit : $x = \sqrt{a}$

EXEMPLES

- $x^2 = 11$ signifie que $x = \sqrt{11}$
- $x^2 = \frac{1}{2}$ signifie que $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$
- $x^2 = \frac{17}{5}$ signifie que $x = \sqrt{\frac{17}{5}}$

- L'écriture $\sqrt{a}$ n'a pas de sens que si $a \geqslant 0$, c'est à dire, ce qui est à l'intérieur de la racine doit être positif
- Le nombre $\sqrt{7}$ se lit, la racine carrée de 7, et il n'est, ni un nombre entier,ni décimal, ni rationnel, mais c'est un nombre réel

Yasine Elamri

 https://steinmath.com

2 Propriété principale

Propriété

Si a est un nombre décimal positif, alors $\sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = a$

Remarque

- Si a est un nombre rationnel positif, alors les écritures $\sqrt{a^2}$, et $\sqrt{a}^2$ et $(\sqrt{a})^2$ sont égaux et : $\sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = (\sqrt{a})^2 = a$
- L'opposé du nombre $\sqrt{a}$ est $-\sqrt{a}$ (le signe $-$ est à l'extérieur de la racine et non pas à l'intérieur)
- L'inverse du nombre $\sqrt{a}$ est $\frac{1}{\sqrt{a}}$

Exemples à apprendre

Tableau de quelques Carrés parfaits (A apprendre par cur)

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Remarque

II Applications

re

ngle en A tel que : $AB = 4cm$ et $BC = 5cm$

rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore direct, on a
dire $5^2 = 4^2 + AC^2$, donc $25 = 16 + AC^2$
donc $AC = \sqrt{9}$, alors $AC = 3cm$

ble, $AC =$ on aura la calculatrice p déter-
ée de $\sqrt{5}$, qui nous donne $\sqrt{5} \approx 2.23$

$x^2 = a$ avec $(a \geqslant 0)$

❶ L'équation $x^2=3$ est respectivement équivalente à $x^2 - 3 = 0$
$x^2 - \sqrt{3}^2 = 0$

https://s

Today better than yesterday, tomorrow better than today

$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$
$x-\sqrt{3}=0$ ou $x+\sqrt{3}=0$
$x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$
Donc l'équation admet deux solutions : $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$
❷ L'équation $x^{=}49$ est respectivement équivalente à $x^2-49=0$
$x^2-\sqrt{7}^2=0$
$(x-7)(x+7)=0$
$x-7=0$ ou $x+7=0$
$x=7$ ou $x=-7$
Donc l'équation admet deux solutions : -7 et 7

Remarque

☆ Si $a \geqslant 0$, alors les solutions de l'équation $x^2=a$ sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$
☆ Si $a<0$, alors l'équation $x^2=a$ n'a pas de solution

3 Racine carrée et opérations

✯ $A=\sqrt{25}+\sqrt{3^2}=\sqrt{5}^2+\sqrt{3^2}=5+3=8$
✯ $B=\sqrt{\frac{81}{4}}-\sqrt{\frac{16}{4}}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2}-\sqrt{4}=\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$
✯ $C=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}}\times\sqrt{8}^2=\frac{\sqrt{11^2}}{\sqrt{3^2}}\times\sqrt{8}^2=\frac{11}{3}\times 8=11\times\frac{3}{7}\times 8=\frac{264}{7}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today