Chapitre

Géométrie dans l'espace

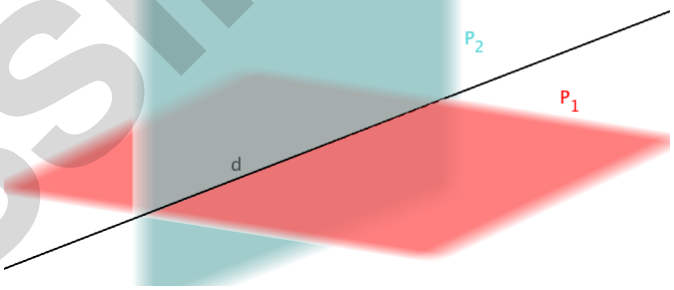
I Axiomes d'incidence, détermination d'un plan

Les axiomes d'incidence de la géométrie dans l'espace sont des axiomes qui fournissent des relations entre les points, les droites et les plans de cette géométrie. Pour celui on considère $(\mathscr{E})$ un espace quelconque à trois dimension et A, B et C trois points de l'espace $(\mathscr{E})$

1 Les axiomes d'incidence

Propriété

- **Axiome 1 :** Par deux points distincts A et B de l'espace $(\mathscr{E})$ passe une et une seule droit notée (AB)
- **Axiome 2 :** Par trois points A, B et C non alignées de l'espace $(\mathscr{E})$ passe un et un seul plan noté (ABC)
- **Axiome 3 :** Si A et B sont deux points distincts d'un plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$ alors la droite (AB) est incluse dans le plan (P)
- **Axiome 4 :** Si (P), (P') deux plans distincts de l'espace $(\mathscr{E})$ et (A) un point commun aux deux plans alors les deux plans se coupent suivant une droite passant par le point (A)



Toutes les propriétés de la géométrie plane reste valables à chaque plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$.

Propriété

Un plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$ est déterminé par l'une des propriétés suivantes :

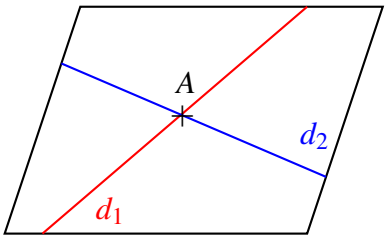
1. Une droite (D) et un point qui n'appartienne pas à cette droite
2. Trois points A, B et C de l'espace $(\mathscr{E})$
3. Deux droites (D) et (D') sécantes de l'espace $(\mathscr{E})$
4. Deux droites (D) et (D') strictement parallèles de l'espace $(\mathscr{E})$

Yassine Elamri

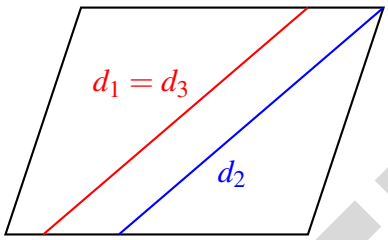
II Positions relatives de droites et de plans

1 Position relative de deux droites

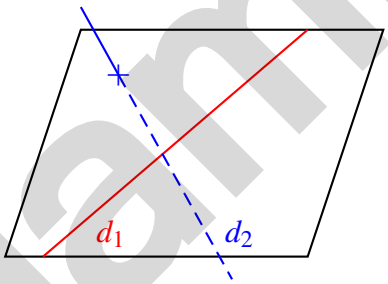
Droites coplanaires sécantes : un point d'intersection



Droites coplanaires parallèles : aucun ou une infinité de points d'intersection

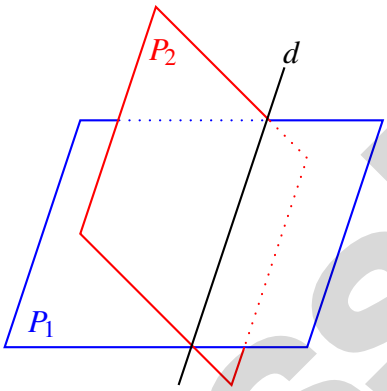


Droites non coplanaires : aucun point d'intersection

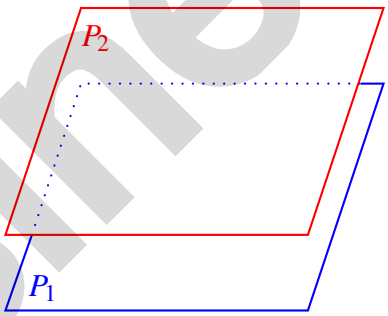


2 Position relative de deux plans

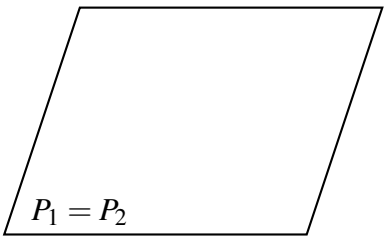
Plans sécants : un droite d'intersection



Plans parallèles strictement : aucun point d'intersection

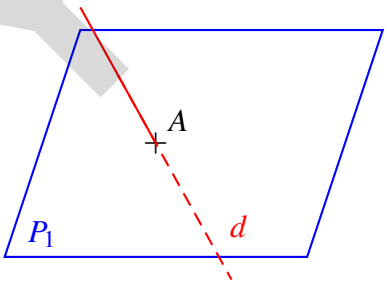


Plans parallèles confondus : un plan d'intersection

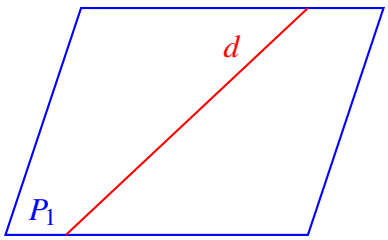


3 Position relative d'une droite et un plan

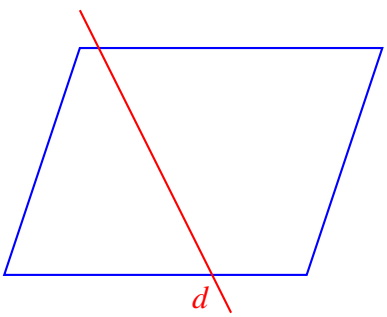
Droite et plan sécants : un point d'intersection



Droite et plan parallèles : droite incluse dans le plan



Droite et plan parallèles : aucun point d'intersection



Yassine Flamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

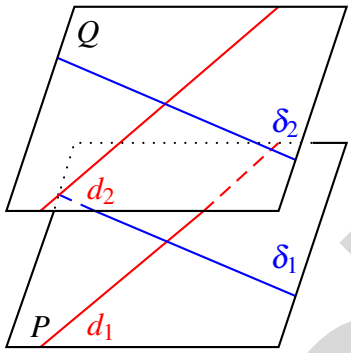
III Propriétés du parallélisme et de l'intersection

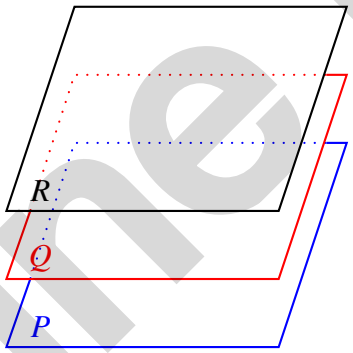
Définition

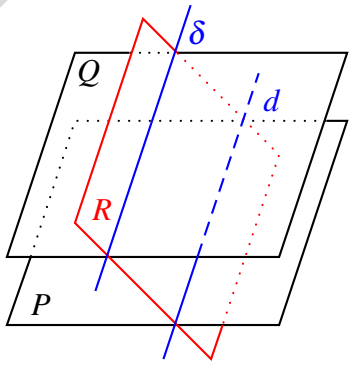
- Deux droites de l'espace sont parallèles si elles sont coplanaires et non sécantes,
- Deux plans de l'espace sont parallèles lorsqu'ils ne sont pas sécants,
- Une droite et un plan de l'espace sont parallèles lorsqu'ils ne sont pas sécants.

Propriété

- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles,
- Si deux droites sécantes d'un plan $\mathscr{P}$ sont respectivement parallèles à deux droites sécantes d'un plan $\mathscr{Q}$ alors les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ sont parallèles,
- Si deux plans sont parallèles à un même troisième, alors ils sont parallèles,
- Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.





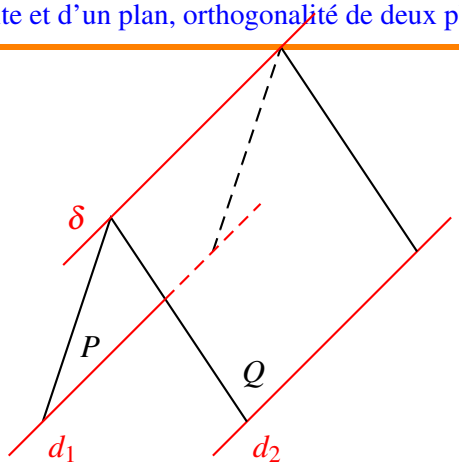


T **Théorème**

Soient $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ deux plans sécants suivant une droite δ,
si $d_1 \in \mathscr{P}$ et $d_2 \in \mathscr{Q}$ sont deux droites parallèles alors la droite δ est parallèle aux droites d_1 et d_2.
Ce théorème est parfois appelé **Théorème du toit**.

Yasine Elamri

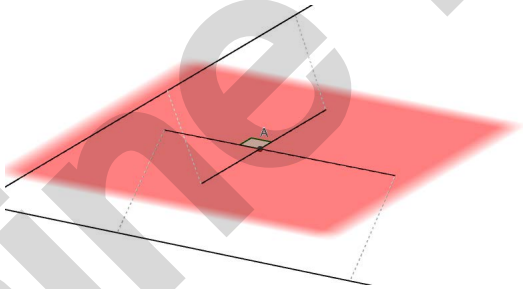
Today better than yesterday, tomorrow better than today



IV Orthogonalité d'une droite et d'un plan, orthogonalité de deux plans

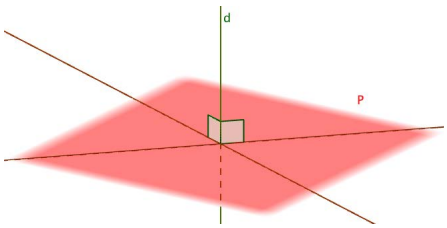
Propriété

Une droite d est orthogonale à un plan P si elle est orthogonale à deux droites sécantes contenant dans P.



Propriété

Si une droite d est orthogonale à un plan P alors elle est orthogonale à toutes les droites de P.

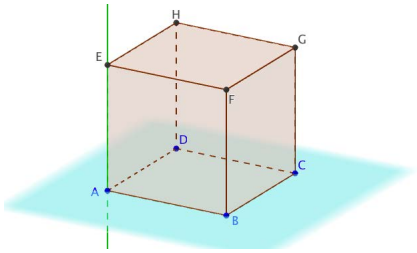


Propriété

Deux plans sont perpendiculaires lorsque l'un contient une droite orthogonale de l'autre.

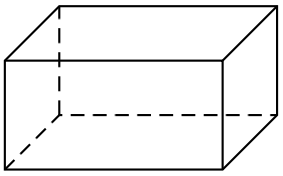
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

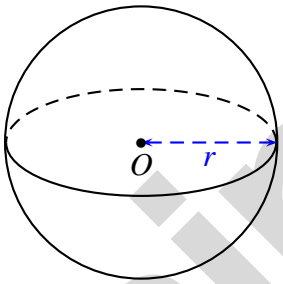


V Surfaces et volumes des solides

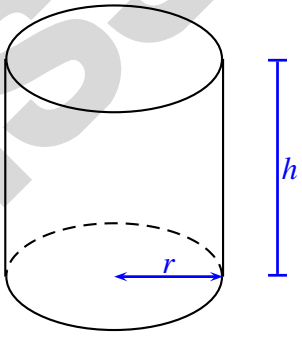
Parallélépipède rectangle : $V = L \times l \times h$.



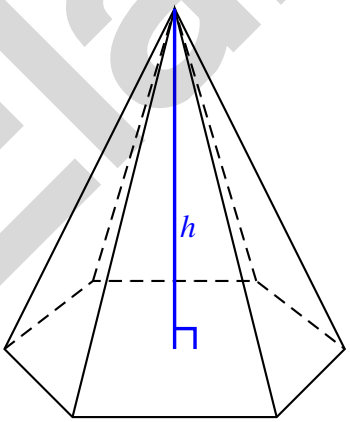
Sphère : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$



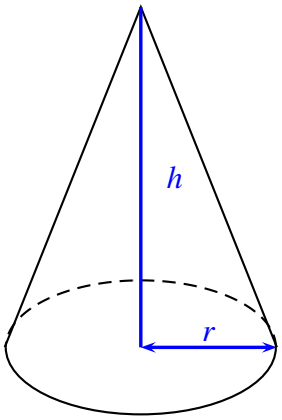
Cylindre de révolution : $V = \pi \times r^2 \times h$.



pyramide : $V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}$.



Cône de révolution : $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today