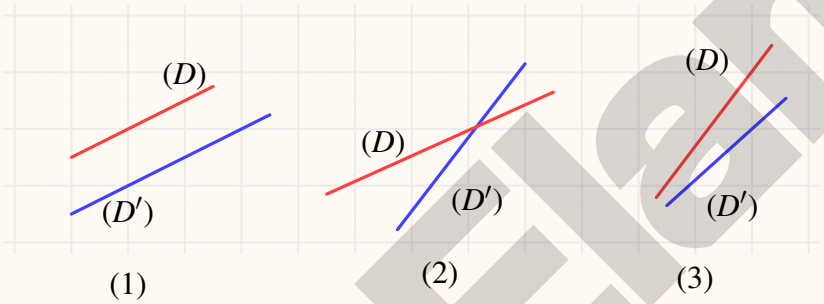
Vecteurs et translation

I Le vecteur

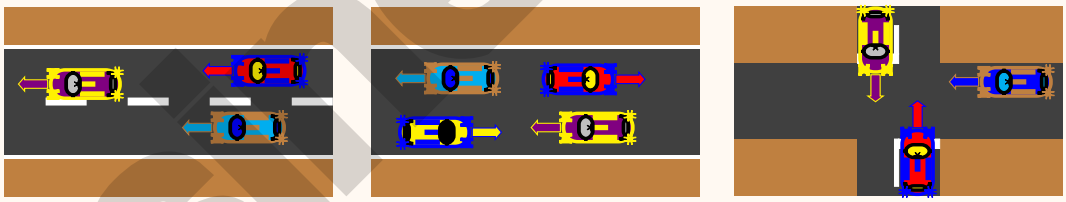
Activité

1 Sur quelle figure (1, 2 ou 3), les droites (D) et (D') ont-elles la même direction ?



2 Recopier et compléter :
On dit que deux droites ont le même ⋯ si elles sont ⋯

3 Sur quelle figure (a,b ou c) les véhicules se déplacent dans le même sens ?



1 Les éléments d'un vecteur

Définition

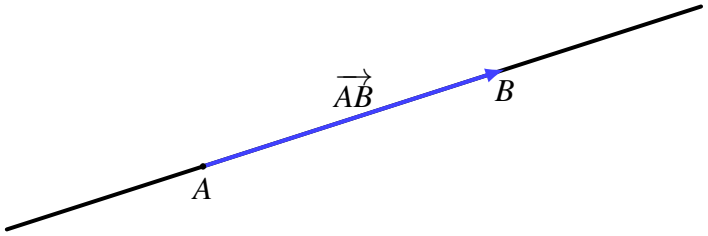
Soient A et B deux points distincts du plan
Le couple de point (A, B) détermine un vecteur qu'on note $\overrightarrow{AB}$, ses éléments sont :

- ☆ La direction : c'est la droite (AB)
- ☆ Le sens : c'est le sens de la demi-droite $[AB)$, donc de A vers B
- ☆ La norme (Le module) : c'est la distance entre A et B (la longueur AB)
- ☆ Le point A est appelé l'origine du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- ☆ Le point B est appelé l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AB}$

✿ Figure géométrique :

Yassine Elamri

On considère la figure suivante



$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur

2 Vecteur nul

Définition

★ Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ n'a pas de direction, ni de sens et de norme 0, on l'zppelle vecteur nul et on note $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{O}$
★ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}$ alors $A = B$ (C'est à dire que les points A et B sont confondus)

3 L'opposé d'un vecteur

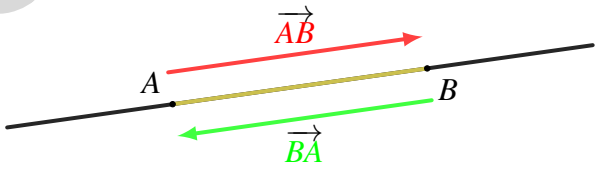
Activité

Soient A et B deux points différents
Comparer les éléments des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ puis calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$

Définition

Soient A et B deux points du plan
On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{O}$
Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ s'appelle le vecteur opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et on écrit $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

✿ Figure géométrique :



II Égalité de deux vecteurs

Activité

Soit $ABCD$ un parallélogramme

1. Comparer AB et DC
2. Est-ce-que les deux droites (AB) et (DC) ont la même direction ?

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

3 Est-ce-que les deux demi-droites $[AB)$ et $[DC)$ ont le même sens ?
On dit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

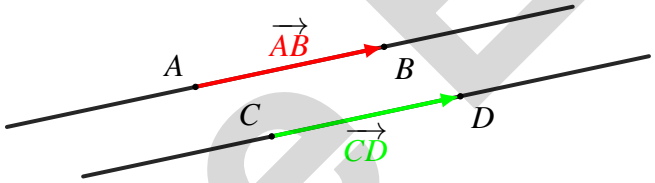
Définition

☆ Deux vecteurs sont égaux s'ils ont :
- La même direction
- Le même sens
- La même norme

Autrement dit : ☆ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si :
- ➨ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction, c'est à dire que : $(AB) \parallel (CD)$
- ➨ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens
- ➨ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même norme, c'est à dire que $AB = CD$

✿ Figure géométrique :

On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



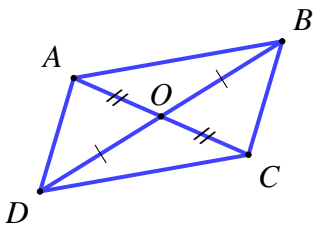
1 Propriétés importantes

Propriété

☆ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme
☆ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu

✿ Figure géométrique :

Soit $ABCD$ est un parallélogramme
Donc
❶ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
❷ les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu O



Application

Soit ABC un triangle

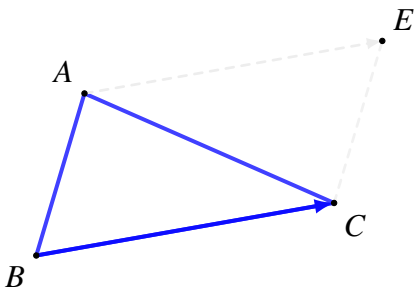
1 Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$
2 Déterminer la nature du quadrilatère $ABCE$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution

1 La figure



2 On a $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$
Donc $ABCE$ est un parallélogramme

III Somme de deux vecteurs

Activité

1 Soit $ABCD$ un parallélogramme
Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$
Déterminer la somme des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}$ et la somme des vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DA}$

2 Soit $ABCD$ un parallélogramme
Montrer que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Définition

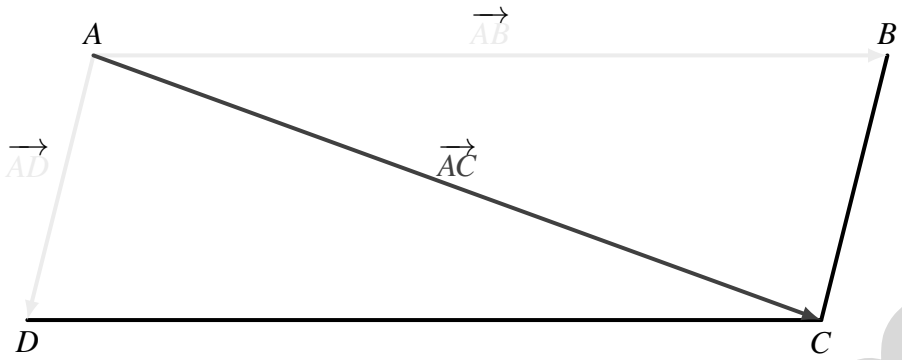
On dit que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ si $ABCD$ est un parallélogramme et on écrit $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

✿ Figure géométrique :

Soit $ABCD$ un parallélogramme
Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
Et on a aussi : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



1 Relation de Chasles

Proposition

Si A, B et C sont trois points du plan
on a : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
Cette égalité s'appelle Relation de Chasles

✿ Figure géométrique :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



On a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

• Exemple

Simplifier les expressions suivantes :
① $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{FG}$
② $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution

① $\begin{aligned}\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{FG} &= \overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GE}\\ &= \overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GE}\\ &= \overrightarrow{EE}\\ &= \overrightarrow{O}\end{aligned}$

② $\begin{aligned}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB} &= \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}\\ &= \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}\\ &= \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}\\ &= \overrightarrow{AA}+\overrightarrow{DB}\\ &= \overrightarrow{O}+\overrightarrow{DB}\\ &= \overrightarrow{DB}\end{aligned}$

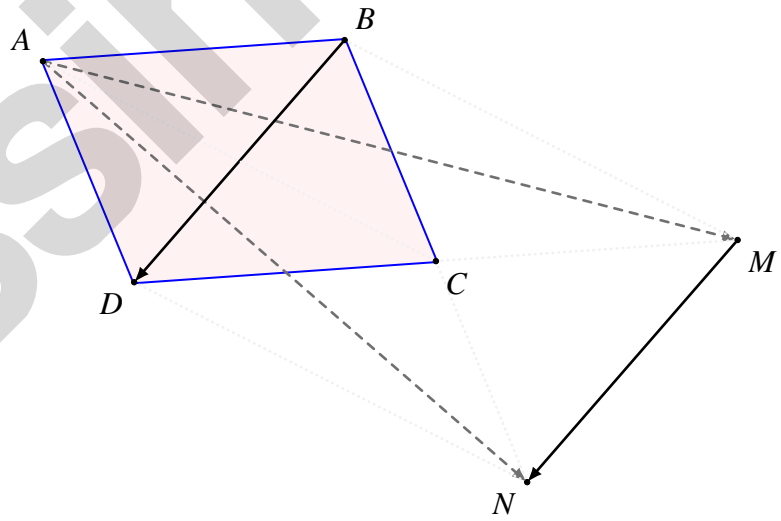
Application

Soit $ABCD$ un parallélogramme

1. Construire les points M et N tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$
2. Montrer que : $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BD}$

Solution

1. On a $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$, donc $ABMC$ est un parallélogramme
   Et on a $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$, donc $ACND$ est un parallélogramme
   La figure



2. On a $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AB}-\cancel{\overrightarrow{AC}}+\cancel{\overrightarrow{AC}}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$
   On déduit que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BD}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Somme de plusieurs vecteurs

Proposition

Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul, et a un nombre entier naturel
On a : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}$
$\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\cdots+\overrightarrow{AB}}_{a \text{ fois}}=a\overrightarrow{AB}$

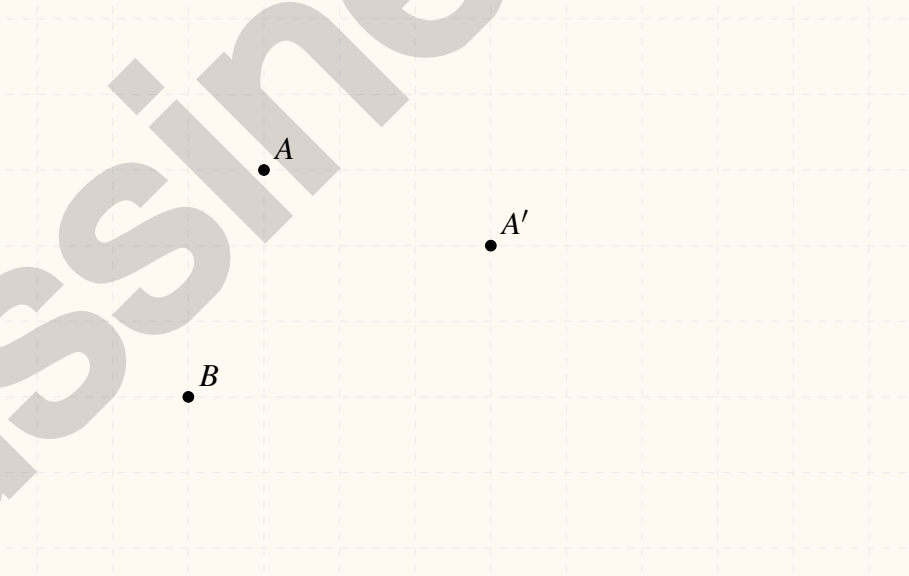
Remarque

Pour additionner trois (3) vecteurs(ou plus), on additionne deux vecteurs parmi eux, puis on ajoute à leur somme le troisième vecteur, cela en utilisant la translation pour applique la relation de Chasles

IV La translation

Activité

On considère la figure suivante



1. Comment on est passé de A vers A' ?
2. De la façon, construire B' à partir de B
   On dit que B' est l'image de B par la translation qui transforme A en A'
3. Quelle est la nature du quadrilatère $AA'B'B$?
4. Soit C un point tel que ABC est un triangle
   a. Construire C' l'image de C par la translation précédente

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

b Quelles est la nature du quadrilatère $AA'C'C$?

Définition

Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul, et M un point du plan
Le point M' est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (ou bien la translation qui transforme A en B) signifie que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$, et signifie aussi que $ABM'M$ est un parallélogramme

Mèthode

Soient A, B et M trois points du plan
Le point M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$
❶ Si $M \in (AB)$, alors $M' \in [AB)$ tel que $AB = MM'$
❷ Si $M \notin (AB)$, alors M' est le quatrième sommet de parallélogramme $ABM'M$ (Utilisation du compas)

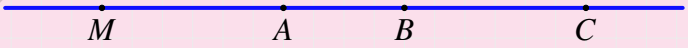
✹ ***Paragraphe supplémentaire*** : Multiplication d'un vecteur par un nombre rationnel

Définition

Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul, et k un nombre rationnel
On appelle le vecteur $\overrightarrow{AM}$ produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le nombre rationnel k, et on écrit : $\overrightarrow{AM} = k \times \overrightarrow{AB}$ ou tout simplement $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, si M est un point de la droite (AB) tel que :
✶ Si $k > 0$ alors $AM = kAB$, et $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens ($M \in [AB)$)
✶ Si $k < 0$ alors $AM = -kAB$, et $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont deux sens opposés ($M \in [BA)$)

EXEMPLES

★ $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ ★ $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}$ ★ $\overrightarrow{AM} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$
Donc
$\begin{cases} \star C \in [AB) \\ \star \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ ont le même sens} \\ \star AC = 3AB \end{cases}$

$\overrightarrow{AM} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AB}$
Donc
$\begin{cases} \star M \in [BA) \\ \star \overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ ont des sens opposés} \\ \star AM = \frac{3}{2}AB \end{cases}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today