Système de deux équations à deux inconnues

I Système de deux équations du premier degré à deux inconnues

1 Définition

Définition

Soient a, a', b, b', c et c' des nombres réels
On appelle système de deux équations du premier degré à deux inconnues , toute écriture de la forme : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ d'inconnues x et y

2 Exemples

Exemple

On considère les systèmes suivants : $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x+2y=3 \end{cases}$ et $\begin{cases} \frac{1}{2}x-3y-\frac{2}{3}=0 \\ -3x+2y+2=0 \end{cases}$

II Résolution des systèmes

1 Définition

Définition

Résoudre un système, c'est trouver tous les couples (x,y) (s'ils existent) pour lesquels les deux équations sont vérifiées simultanément

Remarque

❖ Pour la résolution des systèmes, on peut parler de deux types de résolution différents :

⇨ La résolution algèbrique, qui peut se faire de deux façons :

① Méthode par substitution

② Méthode par combinaisons linéaires

⇨ La résolution graphique

Yassine Elamri

https://steinmath.com

2 La résolution algèbrique d'un système

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Remarque

On utilise, de préférence, la méthode de combinaison linéaire si on a deux coefficients opposés pour la même inconnue

• Exemple

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} -5x+4y=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$

Solution

Résolvons : $\begin{cases} -5x+4y=-1 \quad ① \\ 3x-2y=1 \quad ② \end{cases} \quad (S)$

➤ Etape ① Élimination de y

On multiplie les membres de l'équation ② par 2,donc $\begin{cases} -5x+4y=-1 \\ 6x-4y=2 \end{cases}$

On ajoute ces équations membre à membre, on trouve : $-5x+\cancel{4y}+6x-\cancel{4y}=-1+2$

Donc $x=1$

➤ Etape ② Élimination de x

On multiplie les membres de l'équation ① par 3 et les membres de l'équation ② par 5, on obtient ainsi le système suivant $\begin{cases} -15x+12y=-3 \\ 15x-10y=5 \end{cases}$

On ajoute ces équations membre à membre, on trouve : $\cancel{-15x}+12y+\cancel{15x}-10y=-3+5$

Donc $2y=2$, d'où $y=1$

Alors, le couple $(1;1)$ est la solution du système (S)

➽ Technique

Dans l'étape ② (Élimination de x), au lieu d'eliminer x par une combinaison linéaire, on remplace juste dans l'une des équations

On a $x=1$

On remplace dans l'équation ② (par exemple) : $3\times 1-2y=1$

Donc $3-2y=1$, c'est à dire $-2y=1-3=-2$

D'ou $y=\dfrac{-2}{-2}=1$

On trouve donc le même couple $(1;1)$

⚠ ➽ On doit respecter la méthode demandé par l'exercice

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

3 La résolution graphique

a Définition

Définition

Cette méthode consiste à lier chaque équation du système à une droite, et de déterminer, dans un repère orthonormé , le couple de coordonnées de leur point d'intersection (s'ils se coupent), alors ce couple est la solution du système

• Exemple

Résoudre les systèmes suivants :

1 $\begin{cases} 4x-y-2=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$ (S_1)

2 $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$ (S_2)

3 $\begin{cases} 3x+y-5=0 \\ 6x+2y+1=0 \end{cases}$ (S_3)

Solution

1 Résolvons le système $\begin{cases} 4x-y-2=0 & ① \\ 2x-y+2=0 & ② \end{cases}$ (S_1)

➥ **Pas ❶ : Trouver les équations réduites**

On a $4x-y-2=0$ donc $y=4x-2$

Et $2x-y+2=0$ donc $y=2x+2$

On considère les deux droites (D_1) et (D_2) tel que : $\begin{cases} (D_1)\ y=4x-2 \\ (D_2): y=2x+2 \end{cases}$

On remarque que les deux droites n'ont pas la même pente, donc elles sont sécantes

➥ **Pas ❷ : Représentation des droites (D_1) et (D_2)**

x	0	1
y	2	4
$M(x;y)$	$E(0;2)$	$F(1;4)$

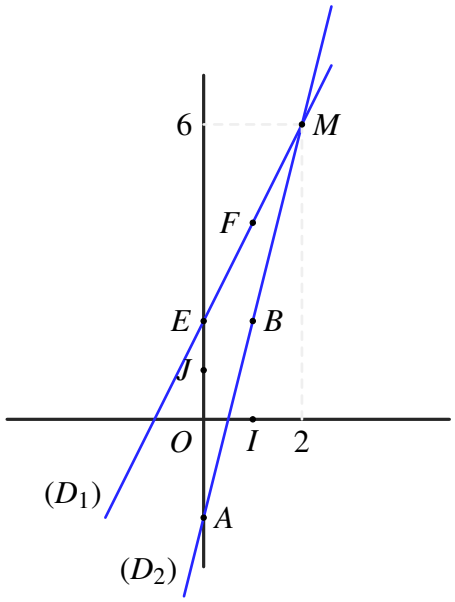
(D_1)

x	0	1
y	-2	2
$M(x;y)$	$A(0;-2)$	$B(1;2)$

(D_2)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



On remarque que les deux droites (D_1) et (D_2) se coupent au point M26
Alors, le couple $(2,6)$ est la solution du système (S_1)

2 Résolvons le système $\begin{cases} 2x+y-1=0 & ① \\ 4x+2y=2 & ② \end{cases}$ (S_2)

On considère les droites (D) et (Δ) tel que : $(D): 2x+y-1=0$ et $(\Delta): 4x+2y=2$
Cherchons les équations réduites des droites (D) et (Δ)

On a $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$, $donc$ $\begin{cases} y=-2x+1 \\ 2y=-4x+2 \end{cases}$

Donc $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=\dfrac{-4x+2}{2} \end{cases}$, $donc$ $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=-2x+1 \end{cases}$

Alors $\begin{cases} (D): y=-2x+1 \\ (\Delta): y=-2x+1 \end{cases}$

On remarque que les droites (D) et (Δ) ont la même équation réduite, donc (D) et (Δ) sont deux droites confondues
Alors, le système (S_2) admet une infinité de solutions

3 Résolvons le système $\begin{cases} 3x+y-5=0 & ① \\ 6x+2y+1=0 & ② \end{cases}$ (S_3)

On considère les droites (D) et (Δ) tel que : $(D): 3x+y-5=0$ et $(\Delta): 6x+2y+1=0$
Cherchons les équations réduites des droites (D) et (Δ)

On a $\begin{cases} 3x+y-5=0 \\ 6x+2y+1=0 \end{cases}$, donc $\begin{cases} y=-3x+5 \\ 2y=-6x-1 \end{cases}$

Donc $\begin{cases} y=-3x+5 \\ y=\dfrac{-6x-1}{2} \end{cases}$, donc $\begin{cases} y=-3x+5 \\ y=-3x-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Alors $\begin{cases} (D): y=-3x+5 \\ (\Delta): y=-3x-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

On remarque que les deux droites (D) et (Δ) ont la même pente (mais pas le même ordonnée à l'origine)

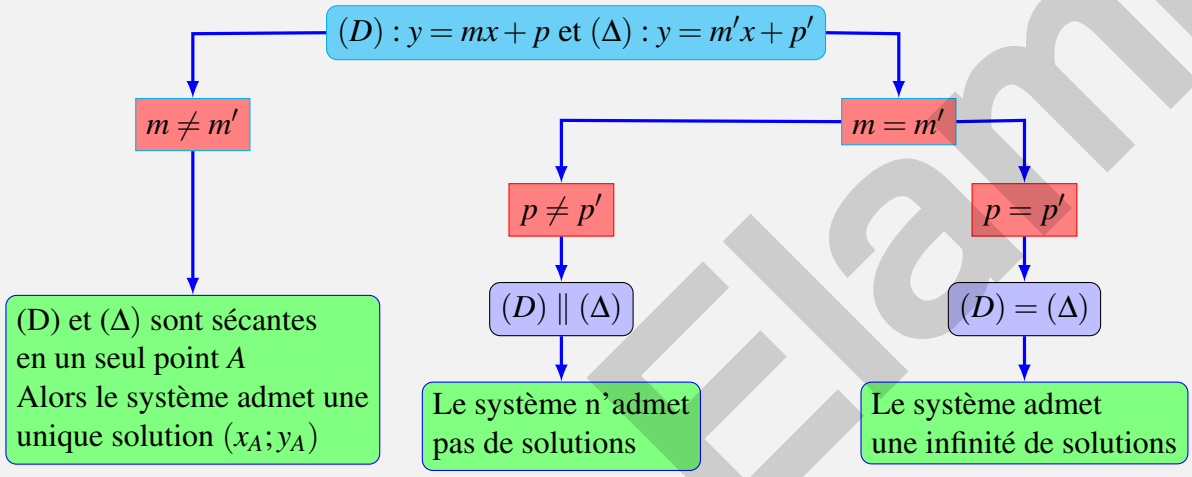
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Donc (D) et (Δ) sont strictement parallèles
Alors le système (S_3) n'admet pas de solutions

b Propriété récapitulative

On considère les deux droite $(D): y = mx + p$ et $(\Delta): y = m'x + p'$



III Systèmes et problèmes

Règle

La résolution d'un problème déroule en quartes étapes
❶ Choix des inconnues, trouvées à la question
❷ Mise en système : Transformation des données en équations
❸ Résolution du système : Algébriquement
❹ Retour au problème : Vérification de la solution et réponse aux questions

• Exemple

Une usine fabrique deux sortes d'objets A et B
L'objet A nécessite $2Kg$ d'acier et $3h$ (heures) de fabrication
L'objet B néczssitz $4Kg$ d'acier et $2h$ de fabrication
Combien d'objets de chaque sorte a-t-on fabriqué en $68h$ de travail en utilisant $80Kg$ d'acier ?

Solution

❶ Choix des inconnues
Soient x le nombre d'objet A fabriqué et y le nombre d'objet B fabriqué
❷ Mise en système

Yassine Elamri
Today better than yesterday, tomorrow better than today

Puisque l'objet A nécessite $2Kg$ d'acier et l'objet B nécessite $4Kg$ d'acier, alors l'ensemble

htt

https://steinmaths.com ter than yesterday, tomorrow better than today