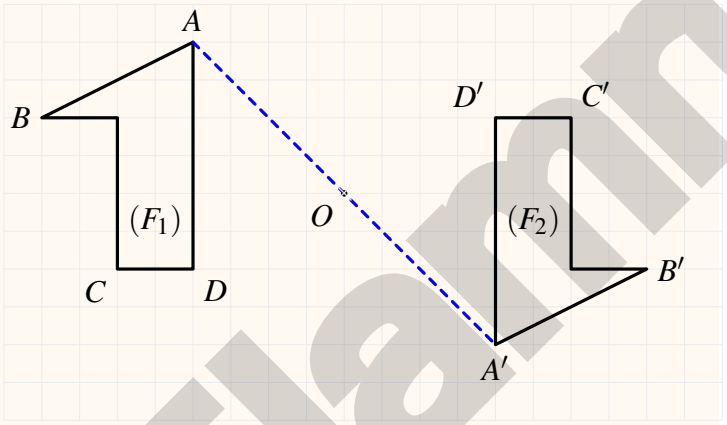
La symétrie centrale

Activité

1 En utilisant le quadrillage du cahier, reproduire la figure ci-contre
Le point O est le milieu du segment $[AA']$

2 a Tracer les segments $[DD']$, $[CC']$ et $[BB']$

b Que remarque-t-on ?



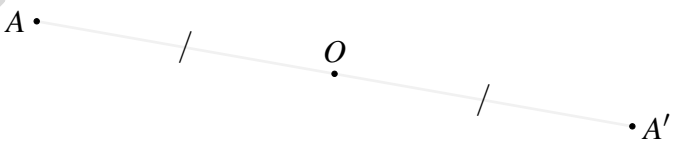
Reproduire la figure (F_1), le segment $[AA']$ et le point O sur du papier calque. Poser la figure (F_1) du calque sur la figure (F_1) du cahier, fixer le point O avec la pointe du compas , ensuite faire tourner la calque de telle manière que le point A du calque soit sur le point A' du cahier
On dit que les figures (F_1) et (F_2) sont superposables
La figure (F_2) est le symétrique de (F_1) par rapport au point O

I Le symétrique d'un point

Définition

Les points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsuqe le point O est le milieu du segment $[AA']$

Exemple



- Le symétrique du point A par rapport à O est le point A'
- Le symétrique du point A' par rapport à O est le point A
- Les points A et A' sont symétriques par rapport à O

Remarque

Le symétrique du point O par rapport à O est le point O lui-même

Yasine Elami

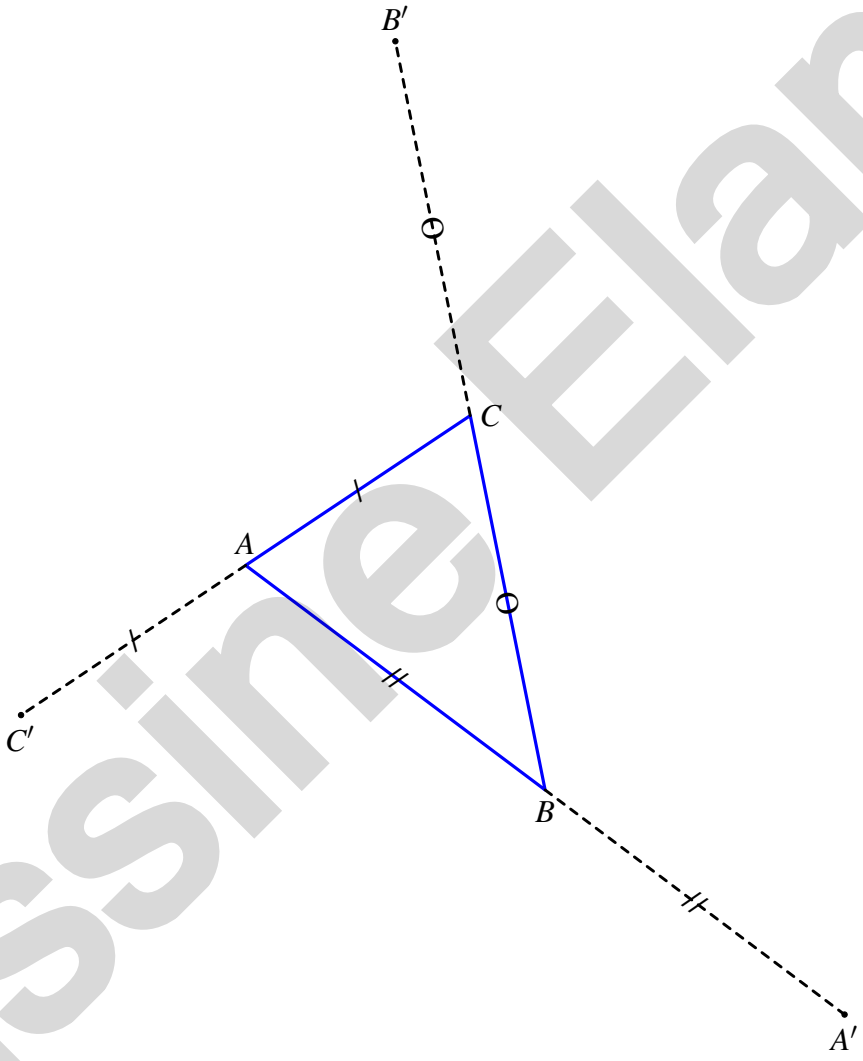
Today better than yesterday, tomorrow better than https://steinmath.com

Application

Soit ABC un triangle

1. Construire le point A' le symétrique du point A par rapport au point B
2. Construire le point B' le symétrique du point B par rapport au point C
3. Construire le point C' le symétrique du point C par rapport au point A

Solution



II Le symétrique d'un segment

Activité

1. Construire un segment $[AB]$ et un point O qui n'appertient pas à la droite (AB)
2. Construire A' le symétrique de A par rapport à O
3. Construire B' le symétrique de B par rapport à O

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

4 Comparer AB et $A'B'$

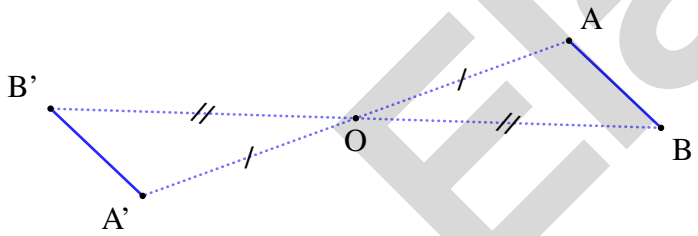
Propriété

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point O est un segment de même longueur avec A' et B' sont les symétriques respectives de A et B par rapport au point O

Propriété

La symétrie centrale conserve les longueurs

• Exemple



On a :
✸ Le point A' est le symétrique du point A par rapport au point O
✸ Le point B' est le symétrique du point B par rapport au point O
Alors : le symétrique du segment $[AB]$ est le segment $[A'B']$
Donc : $AB = A'B'$

Application

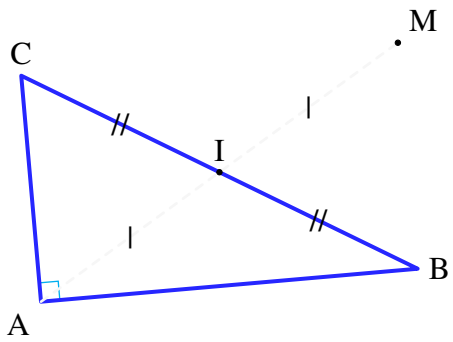
Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB = 5cm$ et I le milieu du segment $[BC]$

1 Construire le point M, le symétrique du point A par rapport au point I

2 Déterminer la longueur du segment $[CM]$

Solution

1 Construisons une figure



Yassine Elamri

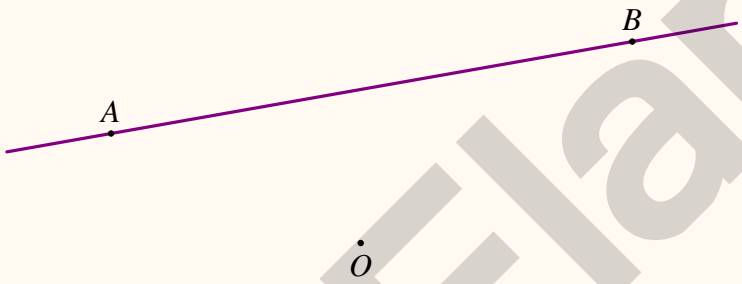
Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 $CM = AB = 5cm$

III Le symétrique d'une droite

Activité

1 Refaire la figure ci-dessous



2 Construire les points A' et B' les symétriques respectives des point A et B par rapport à O

3 Soit M un point de la droite (AB) autre A et B

- a Construire le point M' le symétrique de M par rapport à O
- b Queremarque-t-on sur les points A', B' et M'
- c Compléter :
  ❍ Les symétriques de trois points alignés par rapport à un point sont .....
  ❍ On dit que la symétrie centrale conserve .....

4
- a Quel est le symétrique de la droite (AB) par rapport au point O
- b Que peut-on dire des deux droites (AB) et $(A'B')$?
- c Compléter :
  Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une .....

1 Le symétrique de points alignés

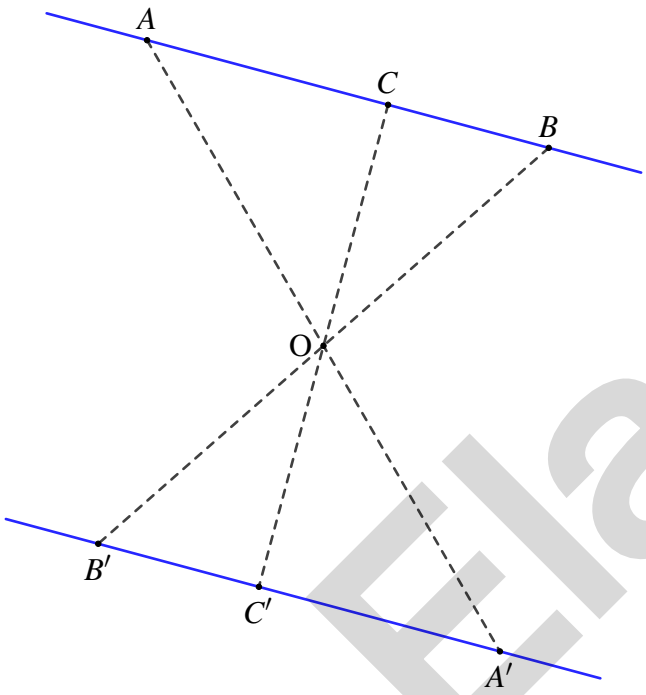
Propriété

La symétrie centrale conserce l'alignement des points

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple



Les trois points A, B et C sont alignés, alors lors symétriques, les points A', B' et C' par rapport au point O sont alignés

2 Le symétrique d'une droite

Propriété

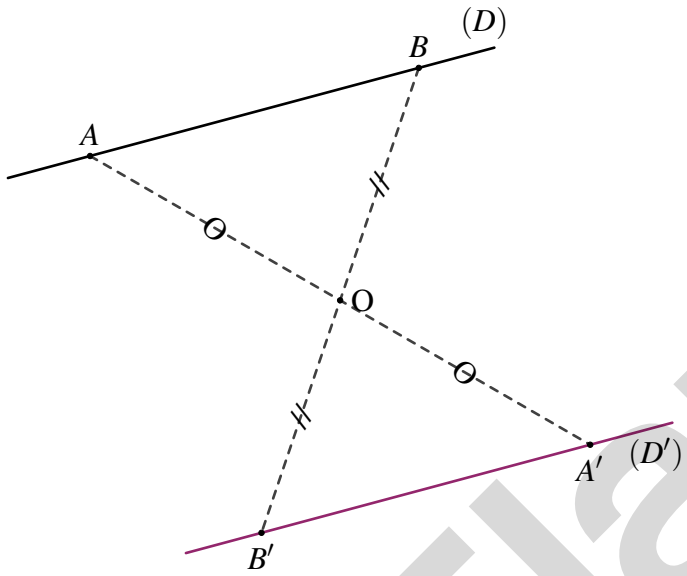
Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle à cette droite

• Exemple

Soit (D) une droite et O un point tel que : $O \notin (D)$
Pour construire la droite (D'), le symétrique de la droite (D) par rapport au point O, on prend deux points M et N qui appartiennent à la doite (D), et on construit leurs symétriques pa rapport au point O

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



La droite (D') est parallèle à la droite (D)

Application

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 7cm$, $AC = 5cm$ et $\widehat{BAC} = 60°$
Soit E un point du segment $[BC]$

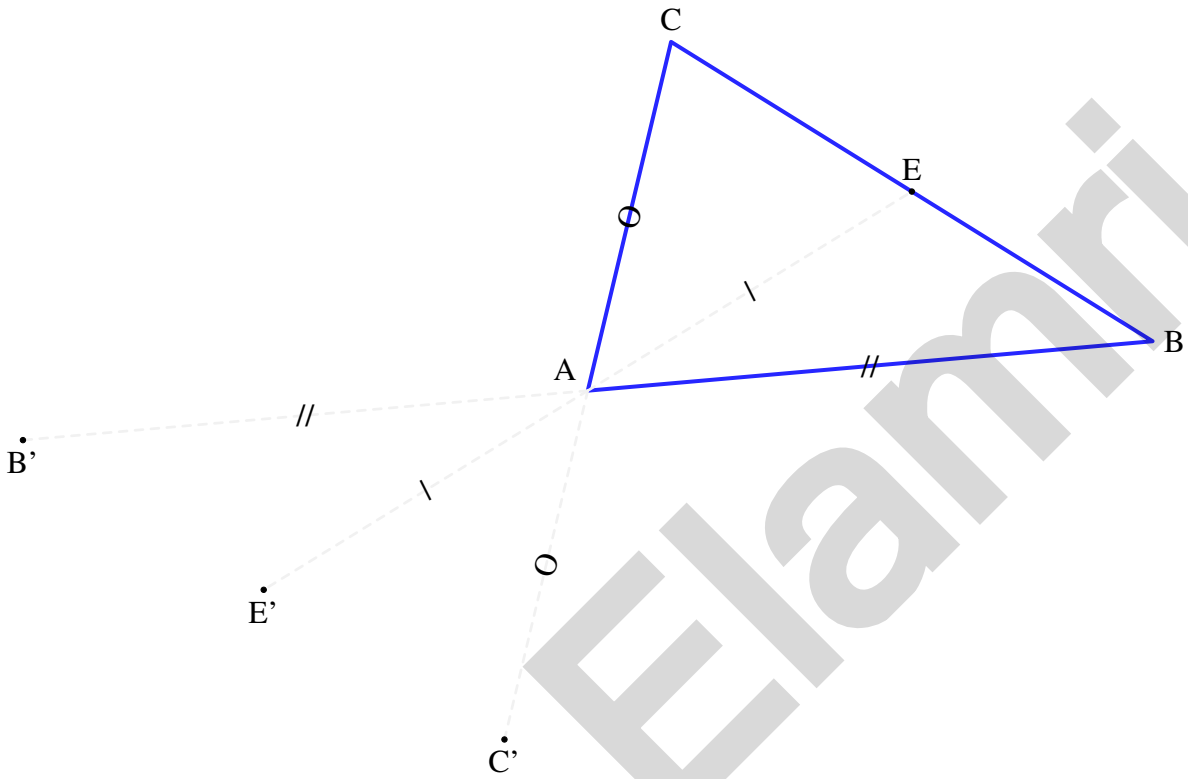
1. Construire E', C' et B' les symétriques respectifs de E, C et B par rapport au point A
2. Déterminer le symétrique de la droite (BC) par rapport au point A. Justifier ta réponse
3. Que peut-on dire des points E', B' et C' ? Justifier ta réponse

Solution

1. La figure

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



2 Le symétrique de (BC) est $(B'C')$

3 Les points B' , C' et E' sont alignés

3 Le symétrique d'une demi-droite

Activité

1 Tracer une demi-droite $[MN)$

2 Soit I un point qui n'appartient pas à la demi-droite $[MN)$
Construire E et F les symétriques respectifs de M et N par rapport à I

3 Quel est le symétrique de la demi-droite $[MN)$ par rapport à I ?

4 Que peut-on dire des demi-droites $[MN)$ et $[EF)$?

5 Compléter : Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une .....

Propriété

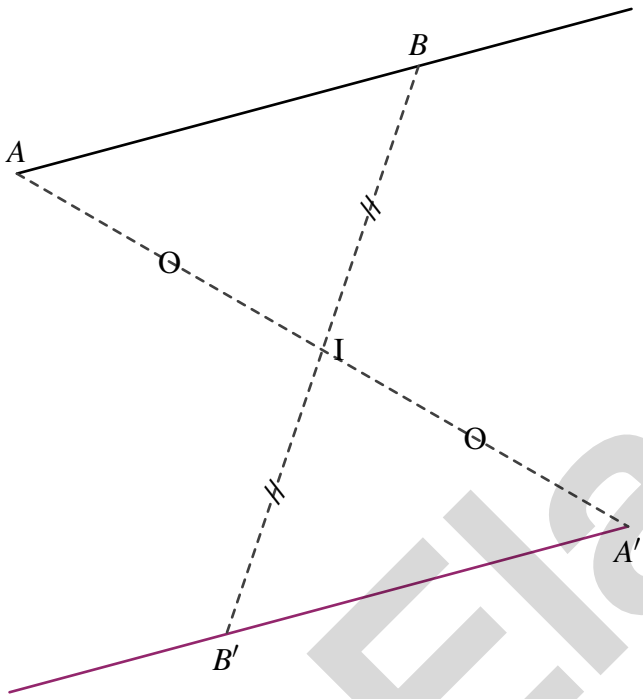
Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une demi-droite parallèle

• Exemple

Soit $[AB)$ une demi-droite

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

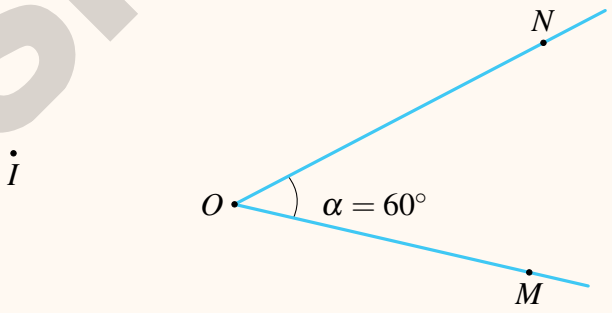


La demi-droite $[A'B')$ est parallèle à la demi-droite $[AB)$

IV Le symétrique d'un angle

Activité

On considère l'angle $\widehat{MON}$ de mesure 40^o, et I est un point (voir la figure suivante)



1. Construire les points O', M' et N' les symétriques respectifs des points O , M et N par rapport au point I
2. Quel est le symétrique de l'angle $\widehat{MON}$ par rapport au point I ?
3. En utilisant le rapporteur, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{M'O'N'}$
4. Compléter :
   - ☛ Le symétrique d'un angle est un ⋯⋯⋯⋯⋯⋯
   - ☛ La symétrie centrale conserve ⋯⋯⋯⋯⋯⋯

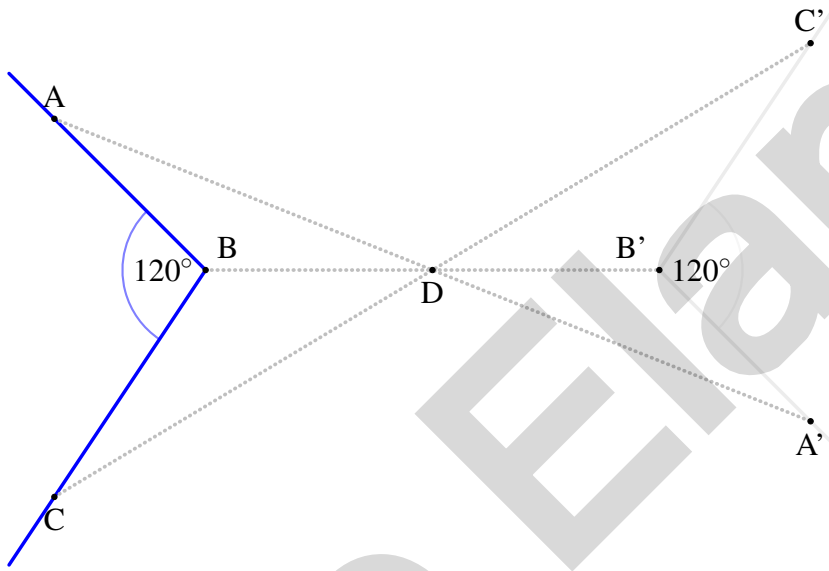
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure

• Exemple



Le symétrique de l'angle $\widehat{ABC}$ par rapport au point D est l'angle $\widehat{A'B'C'}$
Les deux angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$ ont la même mesure , donc $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

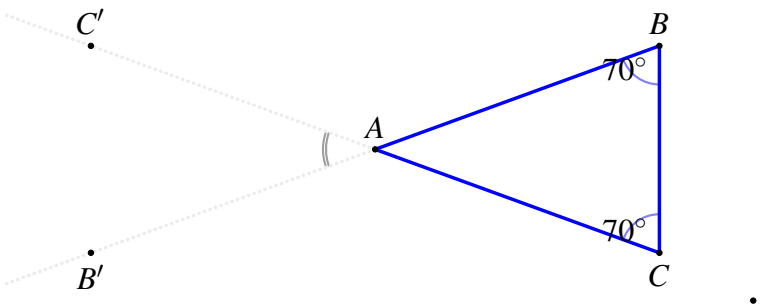
Application

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 70°$

1. Construire B' et C' les symétriques respectifs des points B et C par rapport à A
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{B'AC'}$ en justifiant ta réponse

Solution

1. La figure



2. $\widehat{B'AC'} = \widehat{BAC} = 40°$

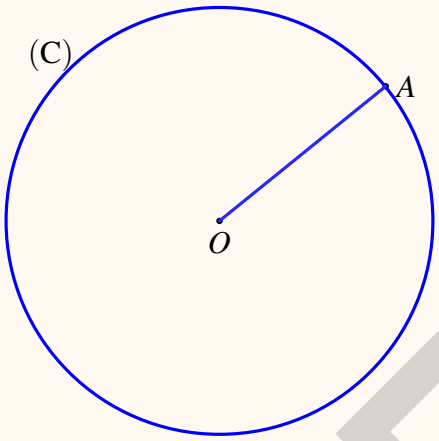
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

V Le symétrique d'un cercle

Activité

On considère le cercle (C) de centre O et de rayon $r = 3cm$, et A est un point du cercle (C)

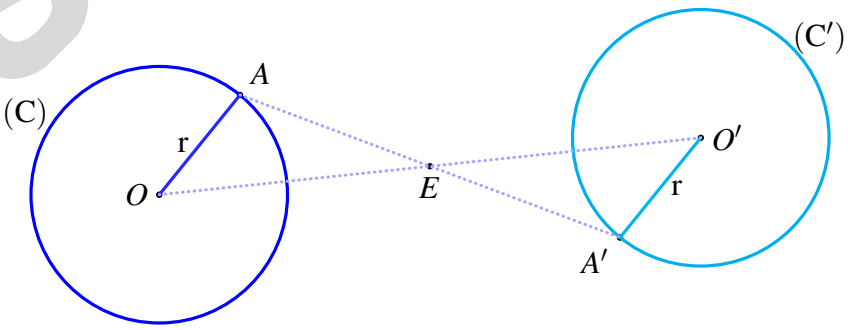


1. Construire A' et O' les symétriques respectifs des points A et O par rapport à B
2. Que peut-on dire des deux segments $[OA]$ et $[O'A']$? Justifier ta réponse
3. Construire le cercle de centre O' et de rayon r
4. Compléter : Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un ..... de même .....

Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle
Les deux cercles symétriques ont le même rayons, et leurs centres sont également symétriques par rapport à ce point

• Exemple



Le cercle (C') est le symétrique du cercle (C) par rapport au point E

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

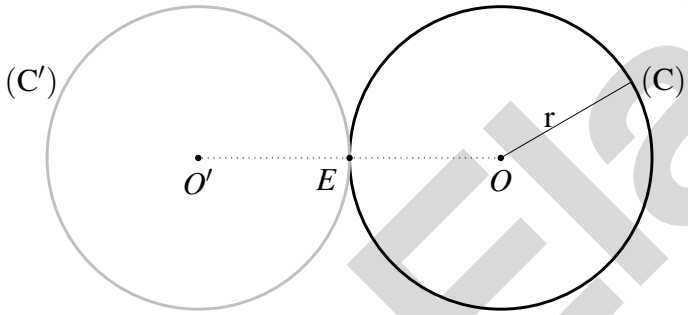
Remarque

Pour construire le symétrique d'un cercle par rapport à un point, on commence par construire le symétrique de son centre et on garde le même rayon

Application

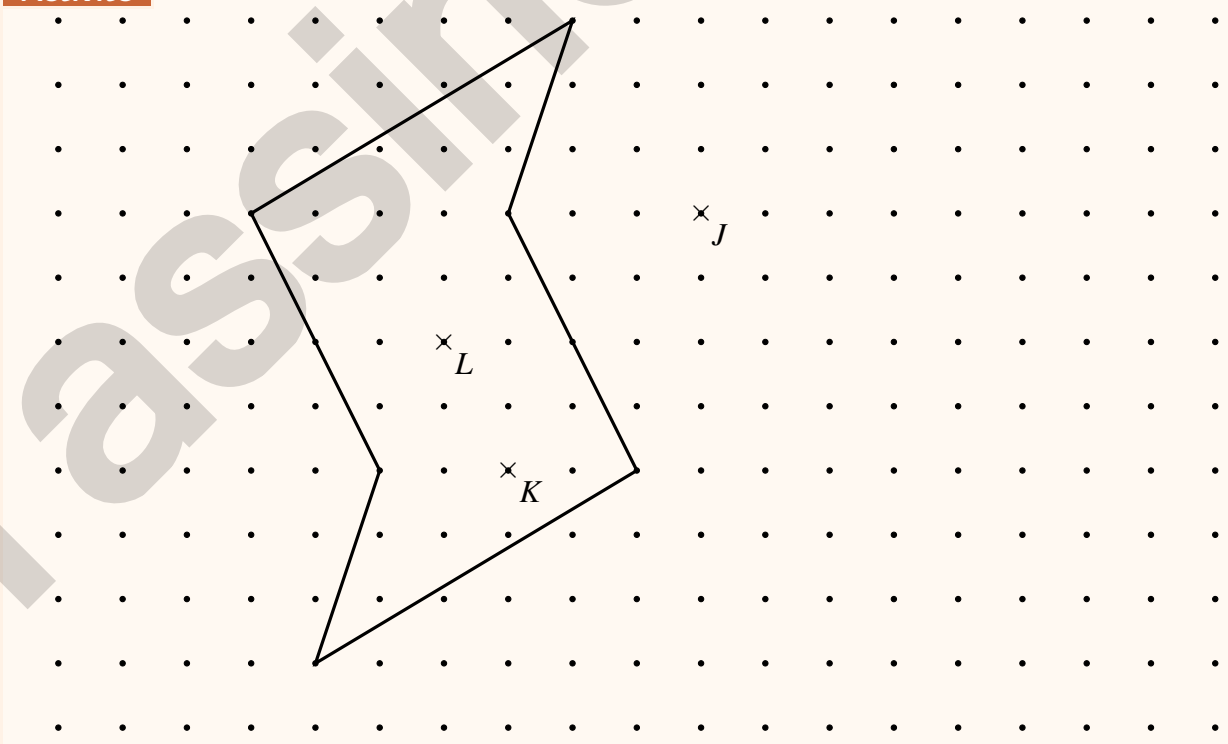
Soit (C) un cercle de centre O et de rayon $r = 2cm$ et E un point du cercle (C)
Construire le cercle (C′), le symétrique du cercle (C) par rapport au point E

Solution



VI Symétrique d'une figure

Activité



Reproduire la figure ci-dessus

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

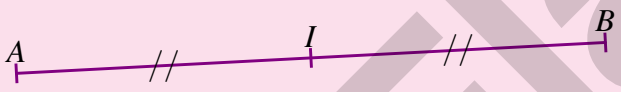
➥ Construis, en bleu, le symétrique de la figure par rapport au point J
➥ Construis, en vert, le symétrique de la figure par rapport au point K
➥ Construis, en rouge, le symétrique de la figure par rapport au point L
➥ Que remarques-tu ?

Définition

Un point O est le centre de symétrie d'une figure, lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O, autrement dit, lorsque le symétrique de cette figure par rapport au point O est la figure elle-même

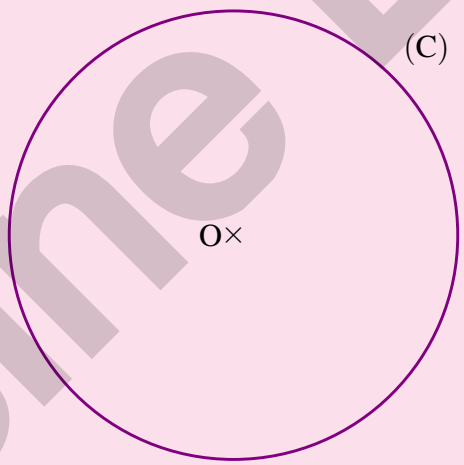
EXEMPLES

①



Le point I (milieu du segment $[AB]$), est le centre de symétrie du segment $[AB]$

②

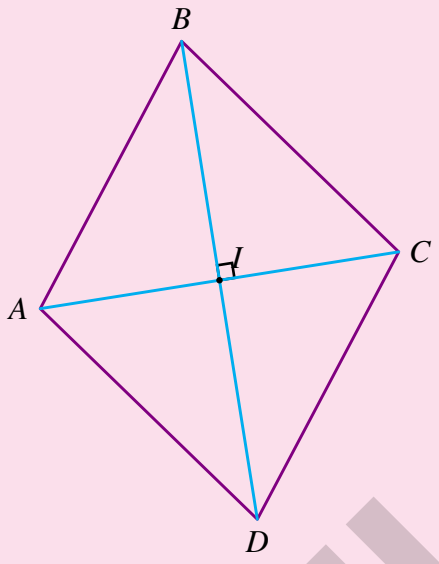


Le point O (centre du cercle (C)), est le centre de symétrie du cercle (C)

③

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



Le point I est le centre de symétrie du losange $ABCD$

Application

Pour chacune des figures suivantes, est-il possible de trouver un centre de symétrie ?

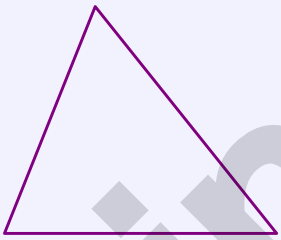


Figure ①

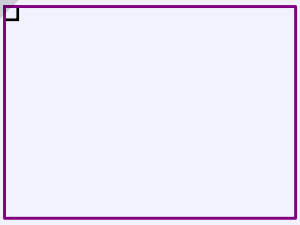


Figure ②

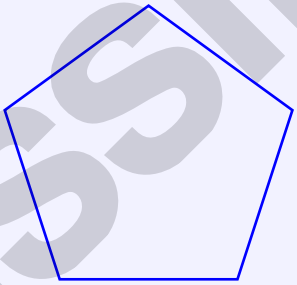


Figure ③

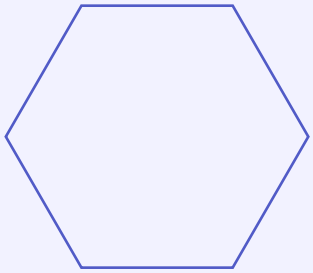


Figure ④

Solution

- Figure ❶ NON
- Figure ❷ OUI
- Figure ❸ NON
- Figure ❹ OUI

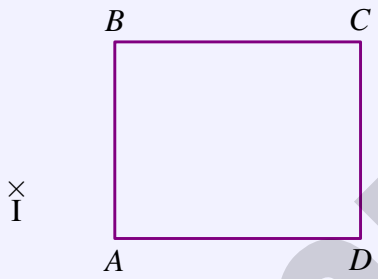
Yassine Flamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

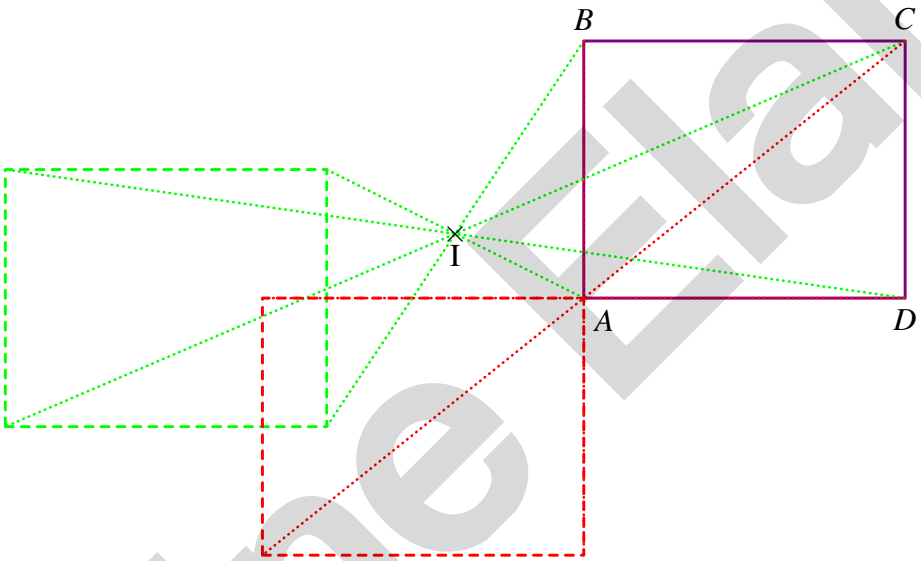
Application

Soit *ABCD* un rectangle (voir figure ci-contre)

1. Construire (en rouge) le symétrique du triangle *ABCD* par rapport à *A*
2. Construire (en vert) le symétrique du triangle *ABCD* par rapport à *I*



Solution



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today