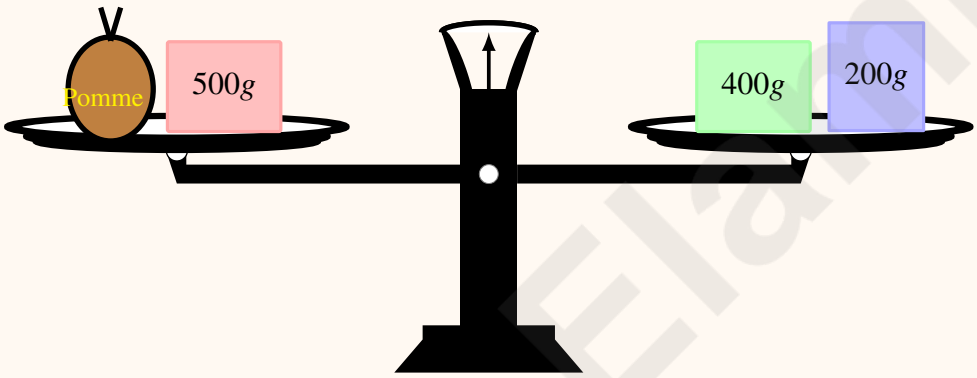
Les équations

I Équation du premier degré à une inconnue

Activité

On met dans le plateau d'une balance une masse de 500g et une pomme, et dans l'autre plateau deux masse de 400g et 200



On considère que la masse de la pomme est : xg (g designe gramme) et la balance est en équilibre

1. Écrire l'égalité qui exprime l'état d'équilibre de la balance
2. Déterminer la valeur de x, la masse de la pomme

Définition

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnues
Ces nombres inconnues sont le plus souvent désignés par des lettres

• Exemple

✶ $x+5=13$ est une équation d'inconnue x
✶ $3a+1=-7b+3$ est une équations d'inconnues a et b

Définition

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs
Chaque égalité de la forme $a+x=b$ ou bien de la forme $ax=b$ (avec $a \neq 0$) s'appelle équation du premier degré à une inconnue x
La valeur de x qui vérifie l'équation s'appelle solution de l'équation

Yassine Elamri

EXEMPLES

- ★ $x-4=10$
- ★ $2x=3$
- ★ $-15+x=16$
- ★ $-10x=1$

Ces égalités s'appellent des équations du premier degré

Application

1 Soit l'équation : $2x+4=0$
Parmi les nombres : -2, 1, 0 et 2, lequel est solution de cette équation ?

2 Soit l'équation : $7x-4=17$
Parmi les nombres : -3, -1, 1, 3 et 5, lequel est solution de cette équation ?

Solution

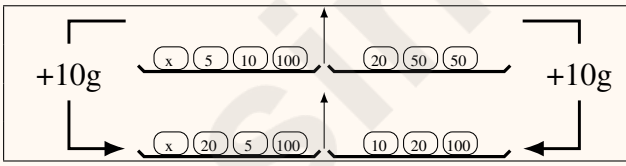
1 -2

2 3

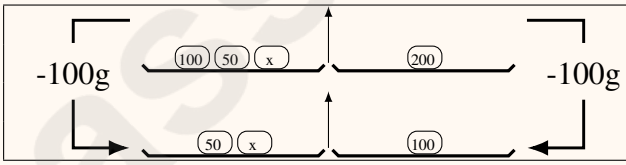
II Résoudre une équation du premier degré

Activité

1 Trouver la masse qui a été ajouté ou retiré entre les deux séries de balances en équilibre

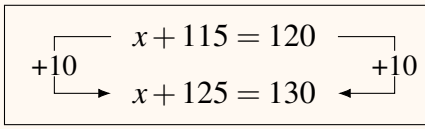


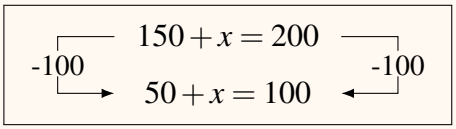
Solution évidente pour l'équilibre nř1 : $x=5$
Solution évidente pour l'équilibre nř2 : $x=5$



Solution évidente pour l'équilibre nř1 : $x=50$
Solution évidente pour l'équilibre nř2 : $x=50$

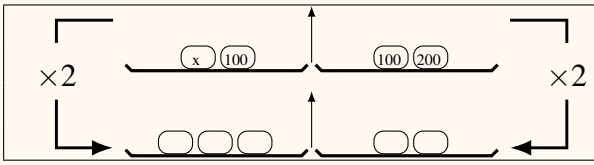
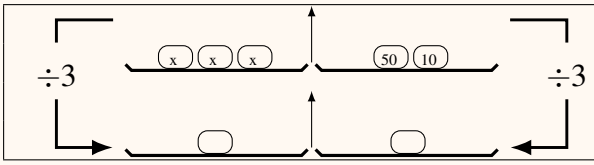
Conclusion : On peut, sans modifier l'équilibre, **additionner ou soustraire une même masse** sur les deux plateaux d'une balance
Autrement dit, on peut écrire les transformations équations suivantes tout en conservant les mêmes solutions



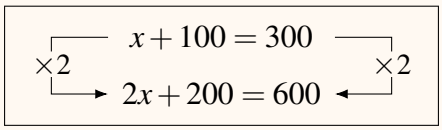


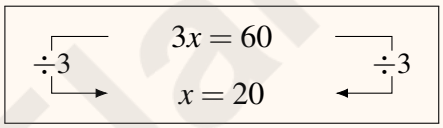
2 Trouver la masse marquées sur les plateaux qui conservent l'équilibre entre les deux séries de balances

Yassine Elamri

	Solution évidente pour l'équilibre nř1 : $x = 200$ Solution évidente pour l'équilibre nř2 : $x = 200$
	Solution évidente pour l'équilibre nř1 : $x = 20$ Solution évidente pour l'équilibre nř2 : $x = 20$

Conclusion : On peut, sans modifier l'équilibre, **additionner ou soustraire une même masse** sur les deux plateaux d'une balance
Autrement dit, on peut écrire les transformations équations suivantes tout en conservant les mêmes solutions





On retiendra :

➥ Deux équations qui ont les mêmes solutions sont dites **équivalentes**
➥ Les **différentes transformations** possibles entre deux équations **équivalentes** sont :
❑ **Ajouter** ou **retrancher** le même nombre à chacun des deux membres
❑ **Multiplier** ou **diviser** par le même nombre à chacun des deux membres
➥ **L'intérêt de 'Transformer une équation** est de trouver **ses solutions**

Définition

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver les valeurs **possibles** du nombre x qui vérifiant l'égalité, c'est à dire que l'égalité soit vraie
Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation

1 Résoudre une équation de la forme : $a + x = b$

Règle

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs
La solution de l'équation $a + x = b$ (ou $x + a = b$) est le nombre $x = b - a$

• Exemple

La solution de l'équation : $x + 2 = -7$ est $x = -7 - 2$
Donc $x = -9$

Yassine Elamri

2 Résolution de l'équation $ax = b$

Règle

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs
La solution de l'équation $ax = b$ est le nombre $x = \frac{b}{a}$

• Exemple

La solution de l'équation : $-4x = 12$ est $x = \frac{12}{-4}$
Donc $x = -3$

III Propriétés

Propriété

Une égalité reste vraie si on ajoute ou si on soustrait un même nombre à ses deux membres

Autrement dit :

Si a, b et c sont des nombres décimaux relatifs
Si $a = b$ alors : $a + c = b + c$
Et : $a - c = b - c$

EXEMPLES

➤ On a : $x - 2 = -3$
Donc : $x - 2 + 2 = -3 + 2$ (On a ajouté 2 aux deux membres)
Donc : $x = -3 + 2$
Alors : $x = -1$

➤ On a : $x + 3 = 5$
Donc : $x + 3 - 3 = 5 - 3$ (On a retranché 3 des deux membres)
Donc : $x = 5 - 3$
Alors : $x = 2$

Propriété

Une égalité reste vraie si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre non nul

Autrement dit :

Si a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs (avec $d \neq 0$)
Si $a = b$ alors : $a \times c = b \times c$
Et : $\frac{a}{d} = \frac{b}{d}$

Yassine Elamri

EXEMPLES

➤ On a : $3x = -12$
Donc : $\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3}$ (On a divisé les deux membres par 3)
Donc : $x = \frac{-12}{3}$
Alors : $x = -4$
➤ On a : $\frac{x}{4} = 1$
Donc : $\frac{x}{4} \times 4 = 1 \times 4$ (On a multiplier les deux membres par 4)
Donc : $x = 1 \times 4$
Alors : $x = 4$

ASTUCE :

Technique

En pratique, on utilise une méthode plus rapide
➡ Lorsque l'on passe un membre d'un autre côté quand il est ajouté ou soustrait, on le transforme en son opposé
➡ Lorsque l'on passe un membre d'un autre côté quand il est multiplié, on le transforme en son inverse

• Exemple

Résoudre l'équation suivante : $3x - 5 = x + 1$
On a : $3x - 5 = x + 1$
$3x - x = 1 + 5$
$2x = 6$
$x = \frac{6}{2}$
$x = 3$
Donc la solution de cet équation est 3

Cas particuliers :

➠ L'équation : $0 \times x = b$ [$0x = b$] (avec $b \neq 0$), n'admet pas de solution
➠ La solution de l'équation : $a \times x = 0$ [$ax = b$] (avec $a \neq 0$) est le nombre 0
➠ Pour l'équation : $0 \times x = 0$ [$0x = 0$], tous les nombres décimaux relatifs sont solution de cette équation

• Exemple

■ Résoudre l'équation suivante : $3x - 5 = 3x + 1$
On a : $3x - 6 = 3x + 2$
Donc : $3x - 3x = 2 + 6$
Donc : $0 \times x = 8$
Donc : $0 = 8$ (impossible)

Yassine Elamri

Donc l'équation n'admet pas de solution

■ Résoudre l'équation suivante : $5x+6=5(x+1)+1$
On a : $5x+7=5(x+2)-3$
Donc : $5x+7=5x+10-3$
Donc : $5x+7=5x+7$
Donc : $5x-5x=7-7$
Donc : $0=0$
Donc tous les nombres décimaux relatifs sont solutions de cette équation

Application

Résoudre les équations suivantes :

- ✧ $3x+4=2x+9$
- ✧ $2x+3=3x-5$
- ✧ $5x-1=2x+4$
- ✧ $3x+1=7x+5$
- ✧ $5(x-1)+3(2-x)=0$
- ✧ $7(x+4)-3(x+2)=x+7$

Solution

- ✦ $x=5$
- ✦ $x=8$
- ✦ $x=\frac{5}{3}$
- ✦ $x=-1$
- ✦ $x=\frac{-1}{2}$
- ✦ $x=-5$

IV Résolution des problèmes

Activité

Soit ABC un triangle de périmètre $30m$
Les longueurs des cotés du triangle ABC sont trois nombres entiers naturel consécutifs
Déterminer la longueur de chaque coté

Définition

❖ Mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique avec une inconnue
❖ Résoudre l'équation trouvée permet de répondre au problème posé

Règle

Pour résoudre un problème, on suit les étapes suivantes :

- ❖ ❶ Choix de l'inconnue
- ❖ ❷ Mise en équation du problème

Yassine Elamri

❖ ❸ Résolution de l'équation
❖ ❹ Conclusion

• Exemple

Aya et Nihad choisissent un même nombre
◗ Aya multiplie ce nombre par 5 et ajoute 17 au résultat
◗ Nihad ajoute 29 au nombre choisi
Elles trouvent le même résultat final
Quel est le nombre qu'elles ont choisi au départ ?

◆ ❶ Choix de l'inconnue
On note x le nombre choisi au départ par Nihad et Aya

◆ ❷ Mise en équation
Aya a multiplié ce nombre par 5 et ajoute 17
C'est à dire : $5x+17$
Nihad ajoue 29 au nombre choisi
C'est à dire : $x+29$
Aya et Nihad trouvent le même résultat
C'est à dire : $5x+17=x+29$

◆ ❸ Résolution de l'équation
On a : $5x+17=x+29$
Donc : $5x-x=29-17$
Donc : $4x=12$
Donc : $x=\dfrac{12}{4}$
Donc : $x=3$
Donc la solution de cette équation est 3

◆ ❹ Conclusion
✓ Le nombre choisi au départ est 3

Application

Déterminer un nombre sachant que si on le multiplie par 4 et qu'on ajoute 3 au résultat, on trouve le même nombre que si on le multipliait par 5 et qu'on retranchait 4 du résultat

Solution

✷ ① Choix de l'inconnue
On note a le nombre cherché

Yassine Elamri

✷ ② Mise en équation
Si on multiplie ce nombre par 4 et on ajoute 13 au résultat
C'est à dire : $4a+3$
Si on multiplie ce nombre par 5 et on retranche 4 au résultat
C'est à dire : $5a-4$
Dans les deux cas, on trouve le même résultat final
C'est à dire : $4a+3=5a-4$

✷ ③ Résolution de l'équation
On a : $4a+3=5a-4$
Donc : $4a-5a=-4-3$
Donc : $-a=-7$
Donc : $a=7$
Donc la solution de cette équation est 7

✷ ④ Conclusion
✓ Le nombre cherché est 7

Yassine Elamri